1. ARGOMENTO: GRAFI IN MATEMATICA

MATERIA: GRAFI

ETA': 14-18 (FRANCE)
PRE-REQUISITI: CONOSCENZA DEI PAESI DELL'UE

COLLEGAMENTI: GEOGRAFIA, SCIENZE SOCIALI ED ECONOMIA

PAROLE CHIAVE

- GRAFI
- EU
- LATO/ARCO
- VERTICE

RISULTATI DI APPRENDIMENTO

- Conoscere la terminologia relativa ai grafi
- Modellare una mappa
- Risolvere un grafo

MATERIALI

- MATITE COLORATE
- GOMMA

METODI DI INSEGNAMENTO

- Lavoro pratico
- Attività laboratoriale

ATTIVITA'

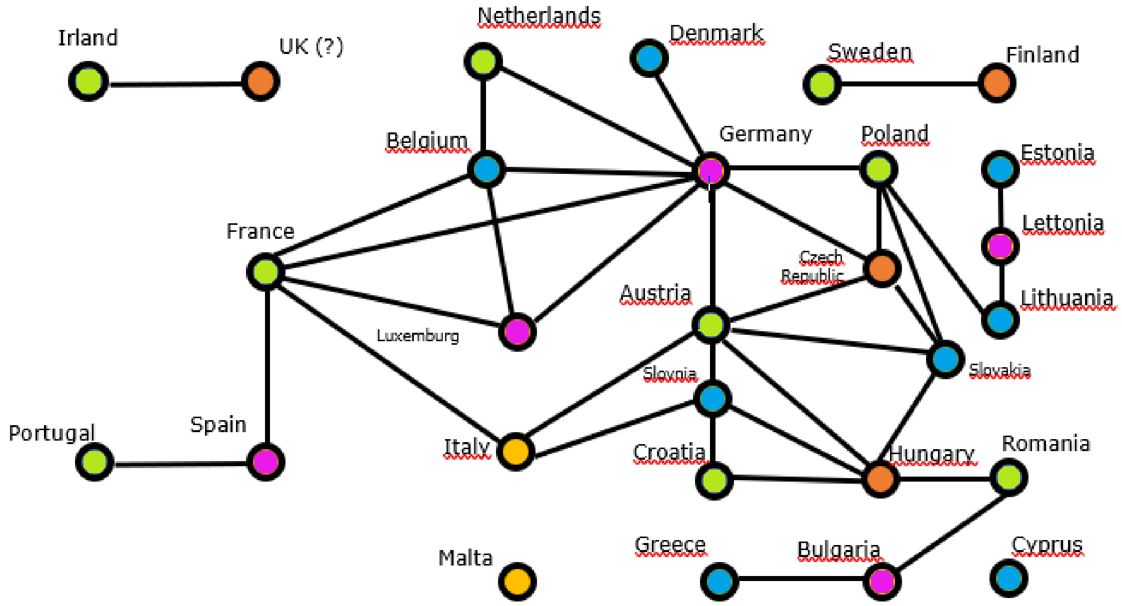
INTRODUZIONE ALLA NOZIONE DI GRAFO (20 MIN)

ESERCIZIO 1:
L'INSEGNANTE SPIEGA LA DEFINIZIONE DI GRAFO E LA TERMINOLOGIA.
Cos'è un grafo?
Gli studenti possono rispondere parlando di diagrammi... L'insegnante dovrebbe spiegare che cos'è un grafo in matematica.
In matematica, e in particolare nella teoria dei grafi, un grafo è uno schema formato da punti chiamati vertici, uniti o no da segmenti chiamati lati o archi.
Nell'esercizio, A è un vertice, il segmento [ab] è un lato che unisce a con b (o b con c).
D è un vertice isolato, non unito con altri vertici.

PUO 'SEGUIRE UNA DISCUSSIONE SU CASI CONCRETI DI UTILIZZO DI GRAFI NELLA VITA QUOTIDIANA.
COMPUTER, ALBERO GENEALOGICO, MAPPA DELLA METRO...
Esistono attualmente diversi tipi di applicazioni, ma la principale si ha nell'informatica. I grafi sono una struttura matematica particolarmente adatta ai computer: fungono da struttura di dati, ovvero consentono di organizzare gruppi di oggetti (nomi, numeri, sequenze di operazioni, ecc.) in un modo semplice e pratico da usare.

FOGLIO DI LAVORO PER STUDENTI:

GLI INSEGNANTI POSSONO DISCUTERE DEL TEMA STORICO.
Nel 1852, Francis Guthrie, un cartografo inglese, scoprì che bastavano quattro colori per colorare la mappa dei cantoni d'Inghilterra in modo che due cantoni vicini non fossero dello stesso colore. Dopo molti episodi, e oltre 120 anni dopo, due matematici americani hanno fornito una dimostrazione matematica grazie alla dimostrazione del teorema a 4 colori che afferma che "qualunque sia la complessità di una mappa geografica, quattro colori sono sufficienti per colorarla senza che due regioni vicine siano dello stesso colore ".
Per la prima volta, un computer è stato utilizzato per completare una dimostrazione.

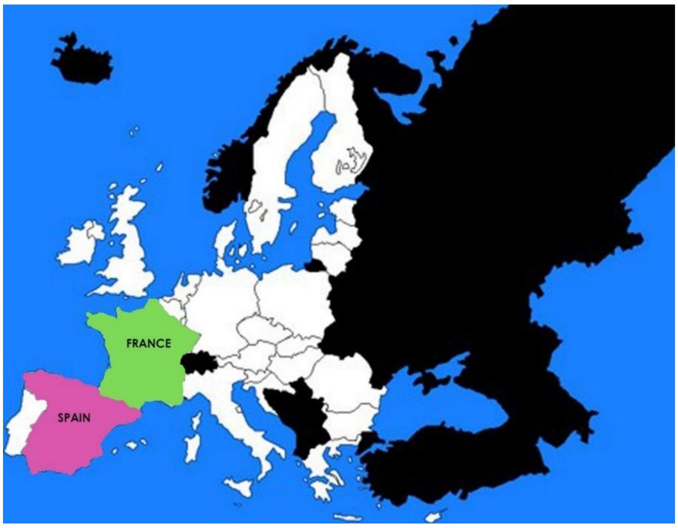


POI L'INSEGNANTE DA' ISTRUZIONI SU COSA FARE:
Colora ogni vertice del grafo con un colore, 2 vertici uniti con lo stesso arco devono essere di colori diversi.

L'INSEGNANTE SUPERVISIONA LA CLASSE E ANNOTA LE VARIE IDEE SCATURITE E SEGNATE DAGLI STUDENTI.

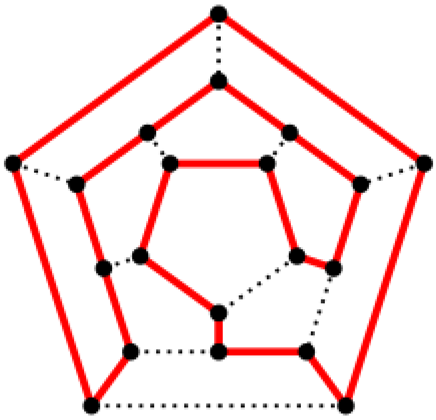
PARTE PRINCIPALE (20 MIN)

ESERCIZIO 2:
LÌ'INSEGNANTE DIVIDE GLI STUDENTI IN GRUPPI DI 2. POI DA' LE ISTRUZIONI SU COSA FARE:
Posiziona i nomi dei paesi sulla mappa e colora la mappa dell'Europa, usa 4 colori diversi. I territori confinanti non devono avere lo stesso colore.



L'INSEGNANTE PUO' DARE ULTERIORI INFORMAZIONI SUI GRAFI: LA LORO ORIENTAZIONE, I GRAFI DI EULERO O HAMILTON …

UNA DISTINZIONE È FATTA TRA I GRAFI NON ORIENTATI, DOVE I LATI COLLEGANO SIMMETRICAMENTE DUE VERTICI, E I GRAFI ORIENTATI, DOVE I LATI, POI CHIAMATI FRECCE, COLLEGANO ASIMMETRICAMENTE DUE VERTICI.
UN SENTIERO O PERCORSO HAMILTONIANO È UN SENTIERO NEL GRAFO CHE PASSA ATTRAVERSO OGNI VERTICE UNA E UNA SOLA VOLTA. UN CICLO HAMILTONIANO È UN SENTIERO HAMILTONIANO CHE È UN CICLO, CIOE' UN SENTIERO CHIUSO. UN GRAFO HAMILTONIANO È UN GRAFO CHE HA UN CICLO HAMILTONIANO.



COME TUTTI I SOLIDI PLATONICI, IL DODECAEDRO E' RAPPRESENTATO CON UN GRAFO HAMILTONIANO.

UN SENTIERO EULERIANO O PERCORSO È UN SENTIERO NEL GRAFO CHE PASSA ATTRAVERSO OGNI LATO SOLO UNA VOLTA. SE IL SENTIERO È CHIUSO, È UN CICLO EULERIANO. UN GRAFO È DETTO EULERIANO SE HA UN CICLO EULERIANO.
UN GRAFO PUO' ESSERE EULERIANO, HAMILTONIANO, ENTRAMBI NELLO STESSO TEMPO, O NESSUNO DEI DUE.

VALUTAZIONE

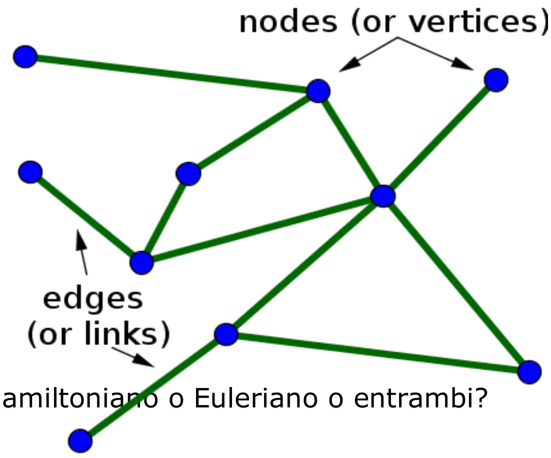
PARTE FINALE (5 MIN)

1. DO I KNOW WHAT IS A GRAPH? CAN I BUILT ONE?

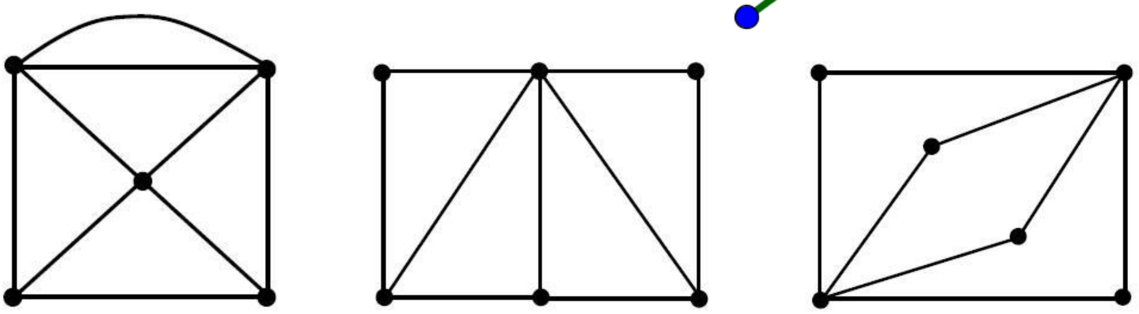
2. IS THESE FOLLOWING GRAPH HAMILTONIAN OR EULERIAN OR BOTH?

1/So cos'è un grafo? Posso costruirne uno?

Disegna un grafo e scrivi i nomi dei suoi elementi.



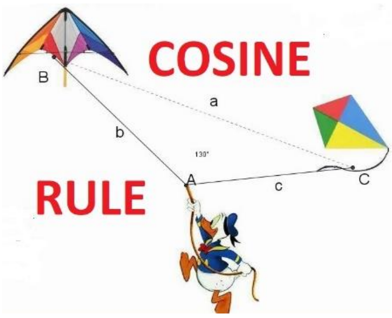
2/ Il seguente grafo è Hamiltoniano o Euleriano o entrambi?



1 : Euleriano

2 : Hamiltoniano ma non-Euleriano

3 : Euleriano ma non-Hamiltoniano.



2. ARGOMENTO: TEOREMA DEL COSENO

MATERIA: Trigonometria

CLASSE/ETA': 4° anno (17/18 anni)

PREREQUISITI: Definizione di seno e coseno, area di un quadrilatero

MULTIDISCIPLINARIETÁ: Fisica (operazioni con i vettori); Astronomia (metodo della parallasse)

DURATA: 1 lezione (60 minuti).

PAROLE CHIAVE

- Angolo acuto
- Angolo ottuso
- Triangoli
- Quadrilateri
- Equivalenza tra poligoni

MATERIALE

- Cartoncino
- Riga e squadra
- Matita
- Pennarelli
- Forbici
- Triangoli di riferimento (di cartoncino)

RISULTATI D'APPRENDIMENTO

- Utilizzare correttamente la trigonometria
- Ricavare il Teorema del coseno
- Utulizzare il teorema in diversi contesti

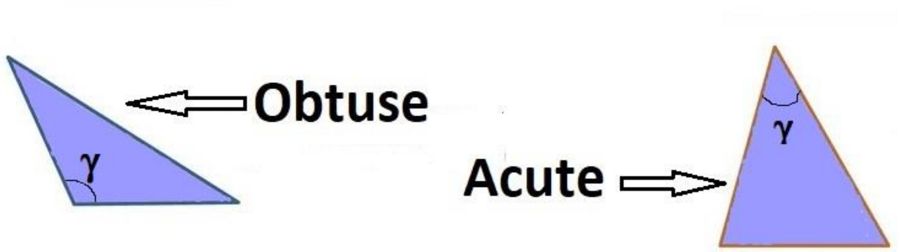
METODI D'INSEGNAMENTO

- Attività manuale
- Lavoro di gruppo

ATTIVITÁ

INTRODUZIONE ALLA LEZIONE (5 MINUTI)

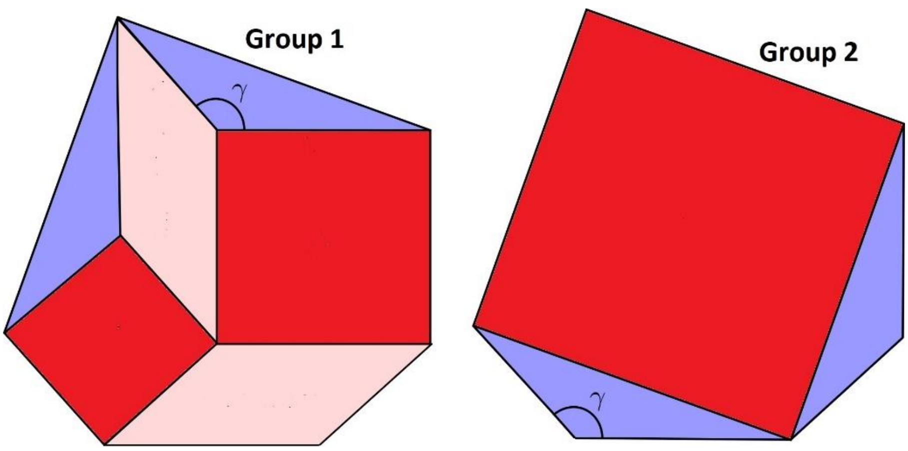
L'insegnante invita gli studenti a ripassare alcune definizioni e formule di trigonometria: definizione di coseno di un angolo; formula per l'area di un quadrato; formula per l'area di un parallelogramma. Questi concetti saranno utili nello svolgimento dell'attività.
Quindi la classe viene divisa in quattro gruppi, a ciascuno dei quali viene assegnato un triangolo viola: due gruppi avranno un triangolo acutangolo, gli altri due ottusangolo (vedi figura):

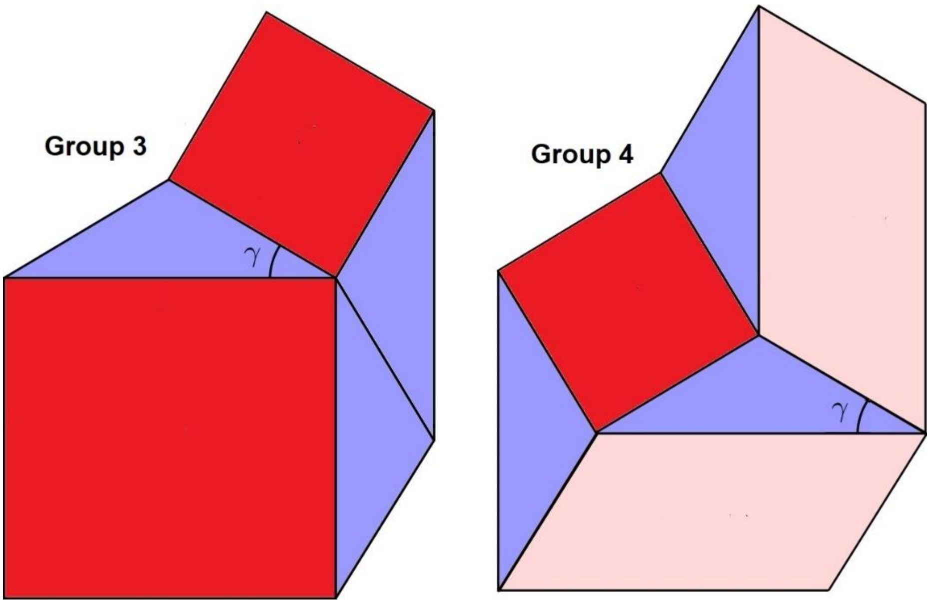


In ogni triangolo un angolo viene indicato con gamma (come in figura sopra), mentre i lati saranno indicati con a, b , c (dove c è il lato opposto a gammma).
Attraverso un confronto tra figure equivalenti, si giungerà all'enunciazione del Teorema del coseno.

ATTIVITA' MANUALE (10/15 MINUTI)

Ciascun gruppo dovrà disegnare su cartoncino una delle quattro figure indicate qua sotto, usando come punto di partenza il triangolo viola che è stato loro assegnato. Per questa attività sono necessari cartoncino, forbici, riga e squadra, pennarelli.

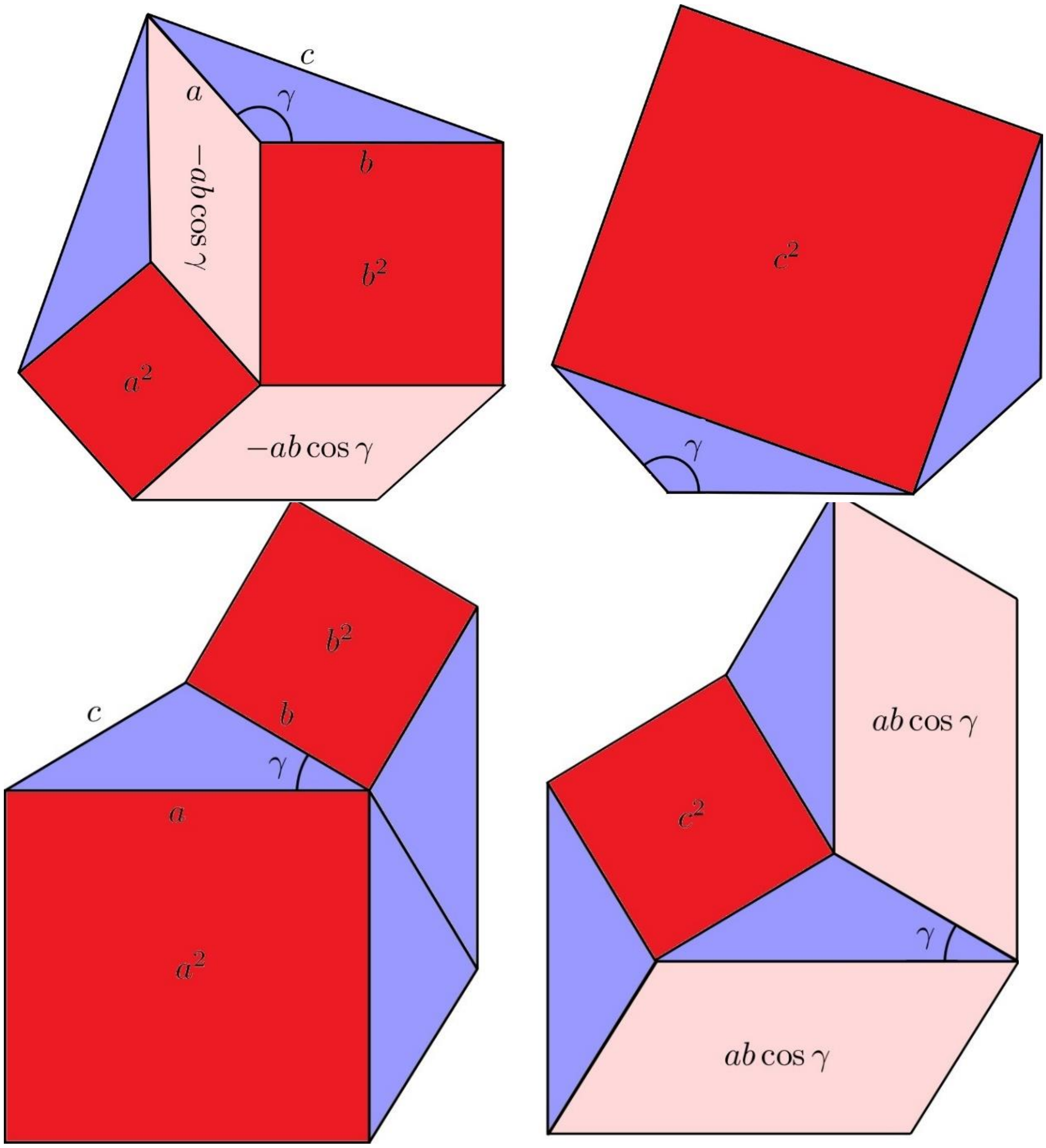




Alcuni esempi su come realizzare le quattro figure:
Gruppo 1: ricopiare il triangolo viola sul cartoncino. Disegnare un quadrato rosso costruito sul lato inferiore del triangolo (adiacente a gamma). Disegnare un parallelogramma rosa costruito sul lato sinistro del quadrato e sull'altro lato del triangolo adiacente a gamma. Ecc.
Gruppo 2: ricopiare il triangolo viola sul cartoncino. Disegnare un quadrato rosso costruito sul lato c (quello opposto a gamma). Ecc.
Gruppo 3: ricopiare il triangolo viola sul cartoncino. Disegnare due quadrati rossi, costruiti rispettivamente sui due lati del triangolo viola adiacenti a gamma. Ecc.
Gruppo 4: ricopiare il triangolo viola sul cartoncino. Disegnare un quadrato rosso costruito sul lato opposto a gamma. Disegnare altri due triangoli viola costruiti sui due lati del quadrato rosso, come in figura. Ecc.

ATTIVITA' DI CALCOLO (10/15 MINUTI)

Ogni gruppo dovrà calcolare l'area della figura da esso costruita, come somma delle varie componenti (quadrati, triangoli e parallelogrammi). Il risultato ottenuto sarà quello indicato nella figura sotto:



CONCLUSIONI (10/15 MINUTI)

Verificando l'equivalenza delle figure (a due a due sovrapponibili) e con alcuni semplici passaggi algebrici, si arriva alla formula:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot cos\gamma$$

Esempio dei passaggi algebrici necessari, nel caso dei gruppi 3 e 4 (che hanno due figure tra loro equivalenti, in quanto sovrapponibili come è facilmente verificabile):

L'area della figura 3 (in alto a sinistra) è

$a^2 + b^2 + A_T + A_T + A_T$ dove con A_T si indica l'area del triangolo viola.
L'area della figura 2 (in alto a destra) è
$c^2 + A_T + A_T + A_T + abcos\gamma + abcos\gamma$.
Uguagliando le due aree (poichè come detto prima le figure sono equivalenti) si ottiene:
$$a^2 + b^2 + 3A_T = c^2 + 3A_T + 2abcos\gamma \ .$$
Sottraendo $(3A_T + 2abcos\gamma)$ ad entrambi i termini dell'uguaglianza si ottiene la formula cercata.
Analogamente si procede per i gruppi 1 e 2.

A questo punto il docente invita gli studenti a dare una formulazione scritta dell'enunciato del Teorema del coseno appena ricavato: “Il quadrato di un qualunque lato di un triangolo è uguale alla somma dei quadrati degli altri due lati, diminuito del doppio prodotto di tali lati per il coseno dell'angolo tra essi compreso.“

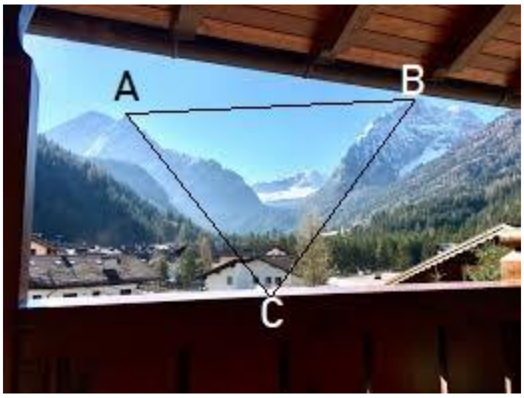
VALUTAZIONE

1. CONOSCO IL TEOREMA DEL COSENO?

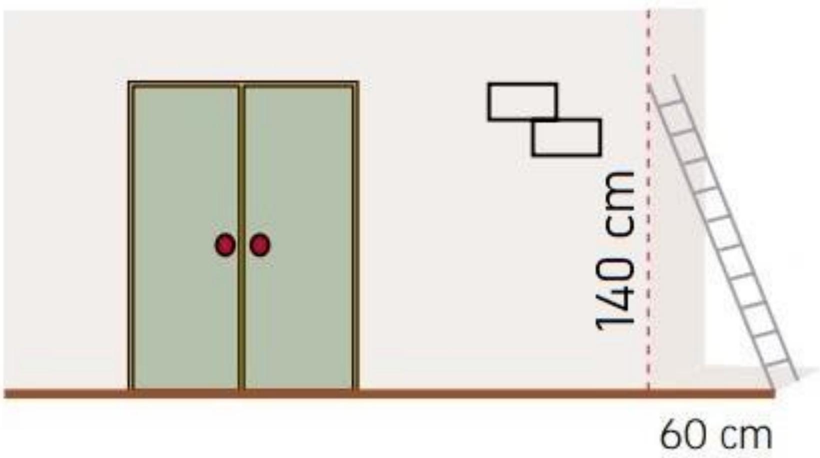
2. SONO IN GRADO DI APPLICARLO?

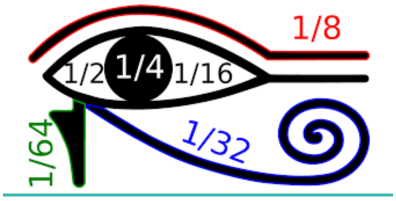
Gli studenti devono rispondere ai seguenti quesiti in 5/10 minuti:

1) Un alpinista (C nella foto) osserva le cime di due montagne, che distano in liena d'aria rispettivamente 8 km e 12 km dalla finestra del rifugio. Se l'alpinista deve girare lo sguardo di 75 gradi per passare da un picco ad un altro, qual è la distanza tra le due cime?



2) In Figura è mostrata una scala appoggiata ad un muro: determina la lunghezza della scala. In questo caso specifico, come diventa il teorema del coseno? Trova anche l'angolo che la scala forma con il pavimento.





3. ARGOMENTO: FRAZIONI

MATERIA: LE FRAZIONI EGIZIANE

ETA': 14-18 (FRANCE)

PRE-REQUISITI: OPERAZIONI CON LE FRAZIONI-SEMPLIFICAZIONE

COLLEGAMENTI: STORIA, GEOGRAFIA

PAROLE CHIAVE

- FRAZIONE
- STORIA
- CALCOLO
- EGITTO

RISULTATI DI APPRENDIMENTO

- Calcolo con le frazioni egiziane
- Scrivere in geroglifico

MATERIALI

- MATITA
- CARTA

METODI DI INSEGNAMENTO

- Lavoro pratico
- Attività laboratoriale

ATTIVITA'

INTRODUZIONE ALLA NUMERAZIONE EGIZIANA (15 MIN)

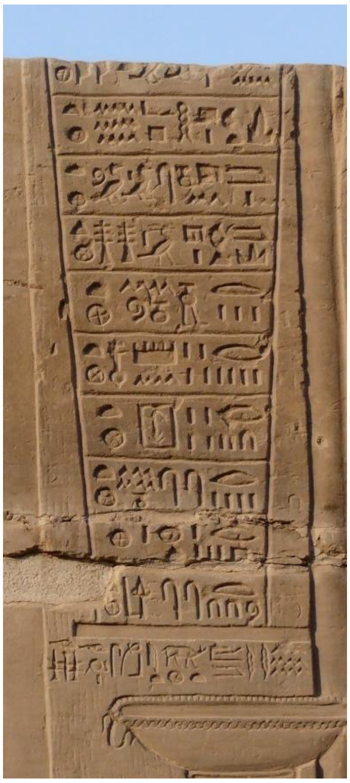
ESERCIZIO 1:
L'insegnante spiega come contavano gli Egiziani. Si può ricordare che cosa sono un numero naturale e una frazione.

Nei tempi antichi, gli egiziani calcolavano con numeri e frazioni naturali.

Per quanto riguarda le frazioni, hanno usato solo $\frac{2}{3}$ e frazioni unitarie, vale a dire le inverse di numeri interi (ad esempio, l'inverso di 4 è $\frac{1}{4}$).

PUO 'SEGUIRE UNA DISCUSSIONE SU COSA SONO I GEROGLIFI E DOVE POSSONO ESSERE TROVATI: L'INSEGNANTE PUO' MOSTRARE ALCUNE FOTO.

Nell'antico Egitto i primi due sistemi di scrittura erano il Geroglifico (dal 3200 a.C. circa) e le scritture ieratiche; queste ultime erano una scrittura corsiva derivata da Geroglifici, che veniva usata dagli scribi, mentre la scrittura geroglifica divenne in gran parte limitata alle iscrizioni monumentali.



GEROGLIFICI DEL TEMPIO DI KÔM OMBO.

<u>FOGLIO DI LAVORO PER STUDENTI:</u>

L'INSEGNANTE PUO' DISCUTERE SUL TEMA STORICO; QUINDI PUO'SPIEGARE COME GLI EGIZIANI SCRIVESSERO I NUMERI E DA' ISTRUZIONI SU COSA FARE:

Il sistema di numerazione era decimale ed additivo: ogni potenza del 10 era rappresentata con un segno specifico,come si può vedere nella tabella sotto.

Potenze del 10 (scrittura decimale)	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
Potenze del 10 (scrittura geroglifica)							

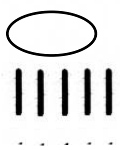
Per esempio, 213è rappresentato da:

NON ESISTE UNA REGOLA RIGOROSA PER LA DISPOSIZIONE DEI SEGNI NUMERICI.

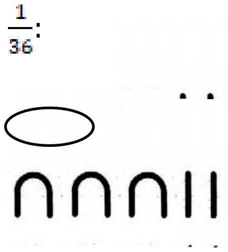
Per rappresentare $\frac{1}{n}$, scriviamo *n e aggiungamoi una sorta di ovale che denoti l'inverso. Si può vedere sopra nella foto a destra*.

Scrivi queste frazioni in geroglifico:

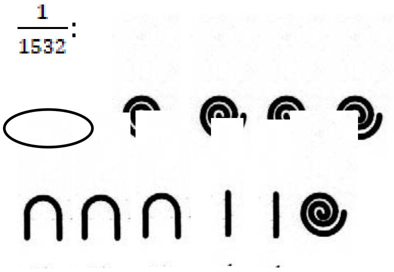
$\frac{1}{5}$:



$\frac{1}{36}$:



$\frac{1}{1532}$:

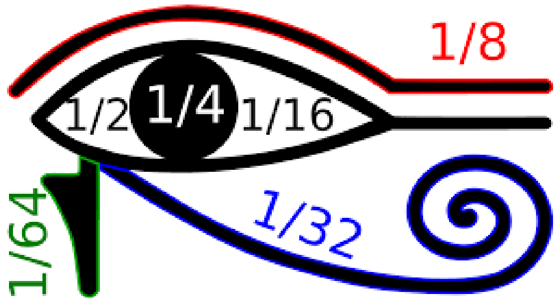


L'INSEGNANTE SUPERVISIONA LA CLASSE E ANNOTA LE VARIE IDEE CHE GLI STUDENTI HANNO AVUTO E SCRITTO.

LA PARTE PRINCIPALE (10 MIN)

ESERCIZIO 2: *L'OCCHIO DI HORUS*

L'insegnante divide gli studenti in gruppi di 2 o 3. Poi dà istruzioni su cosa fare:



Nella mitologia egiziana, Seth (il dio della violenza) strappò un occhio a suo nipote Horus (il dio dalla testa di falco). Lo divise in 6 pezzi e li gettò nel Nilo. Questo occhio si chiama Oudjat.

I sei pezzi sono:

- La parte destra dell'occhio $\frac{1}{2}$
- La pupilla $\frac{1}{4}$
- La parte sinistra dell'occhio $\frac{1}{16}$
- La coda curva $\frac{1}{8}$
- Il blocco spinto dall'Egiziano $\frac{1}{64}$
- La lacrima $\frac{1}{32}$.

Si dice che Thot (Dio umano) abbia ricomposto l'occhio, simbolo del bene contro il male, ma la somma di queste parti non è uguale a 1 (l'occhio intero). Ha concesso la parte mancante a qualsiasi scriba che cercasse e accettasse la sua protezione.

Calcola la somma A delle frazioni di Oudjat e dai la parte mancante!

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{64} + \frac{1}{32} = \frac{32}{64} + \frac{16}{64} + \frac{4}{64} + \frac{8}{64} + \frac{1}{64} + \frac{2}{64} = \frac{63}{64}$$

PARTE MANCANTE $= \frac{64}{64} - \frac{63}{64}$

$= \frac{1}{64}$

ANDIAMO OLTRE (10 MIN)

ESERCIZIO 3:

Ogni studente può lavorare in autonomia. L'insegnante dà istruzioni su cosa fare:

Gli Egiziani esprimevano le frazioni combinando le frazioni unitarie $\frac{1}{n}$ e $\frac{2}{3}$.
Se è necessario, moltiplicare numeratore e denominatore per 2, quindi completare il calcolo per ottenere una somma di frazioni egiziane distinte:
Innanzitutto, raccomandiamo di moltiplicare per 2 il numeratore e il denominatore delle seguenti frazioni. Ogni frazione più grande di $\frac{1}{2}$, è uguale a $\frac{1}{2}$+ ?

$$\frac{6}{11} = \frac{12}{22} = \frac{11}{22} + \frac{1}{22} = \frac{1}{2} + \frac{1}{22}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{10}{18} = \frac{9}{18} + \frac{1}{18} = \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{5}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5}$$

Un altro esempio, più complicato. L'insegnante può ricordare che gli Egiziani usavano anche la frazione $\frac{2}{3}$ e suggerire di usarla per scrivere le seguenti frazioni:

$$\frac{25}{36} = \frac{24}{36} + \frac{1}{36} = \frac{2}{3} + \frac{1}{36}$$

VALUTAZIONE

PARTE FINALE (5 MIN)

1. WHAT IS THE NAME OF THE SIGN USED TO WRITE NUMBERS ON MONUMENTS ?

CAN I WRITE THE NUMBER 2051 ?

2. WHAT SORTS OF FRACTIONS WERE IN USE IN ANCIENT EGYPT?

3. CAN I WRITE A FRACTION

4. CAN I WRITE AND REPRESENT ?

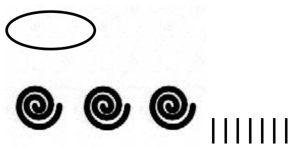
1. Qual è il nome dei segni usati per scrivere numeri sui monumenti? Posso scrivere il numero 2051?

I segni sono chiamati geroglifici

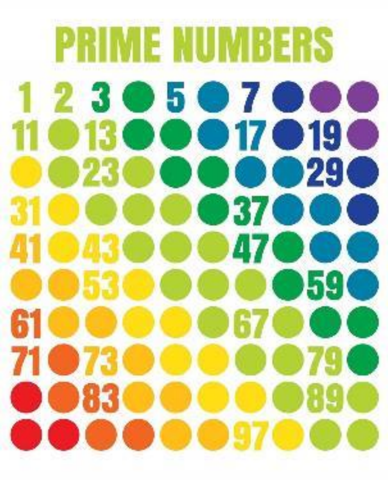
2. Quali tipi di frazioni erano usate?

   Erano usate solo le frazioni unitarie (inverse dei numeri naturali) e 2/3

3. Posso scrivere una frazione? $\frac{1}{307}$



Posso scrivere e rappresentare $\frac{7}{24}$? $\frac{7}{24} = \frac{6}{24} + \frac{1}{24} = \frac{1}{4} + \frac{1}{24}$



4. ARGOMENTO: NUMERI PRIMI

MATERIA: Aritmetica

CLASSE/ETÁ: 14-18 anni (in Francia)

PREREQUISITI: Le 4 operazioni

MULTIDISCIPLINARIETÁ: Crittografia

PAROLE CHIAVE

- NUMERI INTERI
- NUMERI PRIMI
- MULTIPLI
- DIVISORI

RISULTATI D'APPRENDIMENTO

- Riconoscere i numeri primi

METODI D'INSEGNAMENTO

- Attività manuale
- Raccolta di idee

MATERIALE

- MATITE COLORATE
- GOMMA
- CALCOLATRICE
- TIMBRO

ATTIVITÁ

INTRODUZIONE AI NUMERI PRIMI (15 MIN)

ESERCIZIO 1:
Il docente completa la seguente tabella con l'aiuto degli studenti.

MULTIPLI DI 2	**COME LI RICONOSCO?**
MULTIPLI DI 3	**COME LI RICONOSCO?**
MULTIPLI DI 4	**COME LI RICONOSCO?**
MULTIPLI DI 5	**COME LI RICONOSCO?**
MULTIPLI DI 6	**COME LI RICONOSCO?**
MULTIPLI DI 7	**COME LI RICONOSCO?**
MULTIPLI DI 8	**COME LI RICONOSCO?**
MULTIPLI DI 9	**COME LI RICONOSCO?**

IL DOCENTE PUO AVVIARE UNA DISCUSSIONE SU COME RICONOSCERE ALTRI MULTIPLI.

COMPITO PER GLI STUDENTI:

Quindi il docente indica agli studenti quello che devono fare:
Colorare di giallo tutti i multipli di 2, escluso il 2; colorare di verde tutti i multipli di 3, escluso il 3; colorare di rosso tutti i multipli di 5 escluso il 5; colorare di blu tutti i multipli di 7 escluso il 7.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
120	121	122	123	124	125	126	127	128	129
130	131	132	133	134	135	136	137	138	139
140	141	142	143	144	145	146	147	148	149

Il docente coordina il lavoro degli studenti e registra idee, commenti e suggerimenti da parte degli studenti.

Dopo il completamento di questa prima attività, il docente propone agli studenti una discussione su questa domanda:

Hai già cancellato tutti i multipli di 4, 6, 8 e 9. Sai spiegare perché?

Il docente chiede agli studenti la definizione del numero primo, e la scrive alla lavagna.

Un numero primo è un numero intero maggiore o uguale a due, che ha esattamente due divisori: uno e sé stesso.

ATTIVITÁ PRINCIPALE (25 MIN)

ESERCIZIO 2:
L'insegnante divide gli studenti in gruppi di 2 e fornisce agli studenti un timbro. Quindi dà istruzioni su cosa fare:
Fai un timbro sulla casella "Start".
Quindi spostati in una casella adiacente (puoi muoverti solo in orizzontale o in verticale). Lo scopo del gioco è arrivare alla casella "Arrivo", passando solo attraverso caselle con un numero primo.

73	**17**	START **2**	**130**	**22**	**379**	**127**	**301**	**299**	**1**
402	**509**	**126**	**25**	**28**	**4**	**449**	**132**	**310**	**405**
7	**89**	**19**	**400**	**63**	**487**	**151**	**353**	**108**	**497**
533	**80**	**367**	**9**	**213**	**11**	**80**	**79**	**3**	**55**
11	**97**	**229**	**47**	**150**	**383**	**418**	**107**	**18**	**12**
281	**481**	**398**	**199**	**445**	ARRIVAL **12 589**	**15**	**421**	**500**	**473**
113	**42**	**270**	**338**	**33**	**6**	**459**	**389**	**75**	**16**
139	**61**	**433**	**251**	**13**	**193**	**317**	**179**	**200**	**327**

Il docente coordina i gruppi e li aiuta in caso non riescano ad andare avanti.

BONUS:
Usando il linguaggio di programmazione Python, l'insegnante può proporre di codificare questo algoritmo che permette di stabilire se un numero è primo oppure no.

```
def eratosthenes(n):
    all = []
    prime = 1
    print(1)
    print(2)
    i = 3
    while (i <= n):
        if  i not in all:
            print(i, ",")
            prime += 1
            j = i
            while (j <= (n / i)):
                all.append(i * j)
                j += 1
        i += 2
    print("\n")

eratosthenes(150)
```

VALUTAZIONE

PARTE FINALE (5 MIN)

1. CONOSCO IL SIGNIFICATO DI "MULTIPLO" E DIVISORE"?

Quali sono i divisori di 48 ? Elenca 3 multipli di 7.

2. CONOSCO LA DEFINIZONE DI NUMERO PRIMO?

Scrivi la definizione di numero primo.

3. SO APPLICARE QUESTA DEFINIZIONE?

Dati i numeri: 367 - 418 - 150 - 421 - 107 sono numeri primi? Perchè si, o perchè no?

5. ARGOMENTO: VOLUME

MATERIA: VOLUME

ETA': 14-15

PRE-REQUISITI: UNITA' DI MISURA DELLA DISTANZA, DELL'AREA E DEL VOLUME

COLLEGAMENTI: FISICA, GEOGRAFIA, ARCHITETTURA, COSTRUZIONI

TEMPO: 45 minuti

PAROLE CHIAVE

- VOLUME
- CUBO
- UNITA' DI MISURA

RISULTATI DI APPRENDIMENTO

- Scoprire la formula del volume del cubo
- Scoprire le relazioni tra le unità di misura per il volume
- Convertire le unità di misura per il volume

RESOURCES

- CUBI DI VOLUME DI 1 CM^3
- RIGHELLO
- CARTA MILLIMETRATA
- FORBICI

METODI DI INSEGNAMENTO

- Lavoro pratico
- Attività laboratoriale
- Lavoro di gruppo

ATTIVITA'

INTRODUZIONE AL VOLUME (15 MIN)

ESERCIZIO 1:
L'INSEGNANTE DIVIDE GLI STUDENTI IN GRUPPI DI 4. OGNI GRUPPO PRENDE UN SET DI 24 CUBI E FOGLI DI LAVORO DEFINITI DI SEGUITO. COMBINA CUBI E FA CUBOIDI.

FOGLIO DI LAVORO PER GLI STUDENTI:

L'INSEGNANTE SUPERVISIONA LA CLASSE E ANNOTA LE VARIE IDEE CHE GLI STUDENTI HANNO AVUTO E SCRITTO.

DOPO IL COMPLETAMENTO DEL COMPITO DA PARTE DEGLI STUDENTI, L'INSEGNANTE E GLI STUDENTI DISCUTONO I RISULTATI DI TUTTI I GRUPPI E POI DISCUTONO LA DOMANDA SEGUENTE:

LA FORMA DEL CUBOIDE INFLUISCE SUL VOLUME?
RISPOSTE:

LA FORMA DEL CUBOIDE NON INFLUISCE SUL VOLUME.

GLI STUDENTI RICORDANO LA DEFINIZIONE DEL VOLUME E LA FORMULA DEL VOLUME DEL CUBOIDE. L'INSEGNANTE LE SCRIVE SULLA LAVAGNA.

IL VOLUME E' LA PARTE DI SPAZIO OCCUPATA DA UN CORPO.

$$V = a \cdot b \cdot c$$

***SE GLI STUDENTI DI UN GRUPPO FINISCONO PRIMA, POSSONO RIPETERE LO STESSO COMPITO USANDO**
36 CUBI
48 CUBI
32 CUBI

<u>PARTE PRINCIPALE (25 MIN)</u>

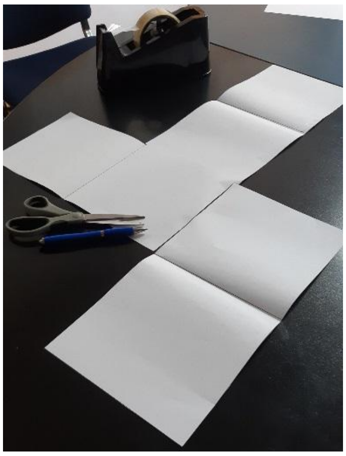
ESERCIZIO 2:
GLI STUDENTI CONTINUANO A LAVORARE NEGLI STESSI GRUPPI. L'INSEGNANTE DA' AD OGNI GRUPPO IL MATERIALE NECESSARIO:

- **UN RIGHELLO**
- **CARTA MILLIMETRATA**
- **FORBICI**

POI L'INSEGNANTE DA' LE ISTRUZIONI SU COSA FARE:

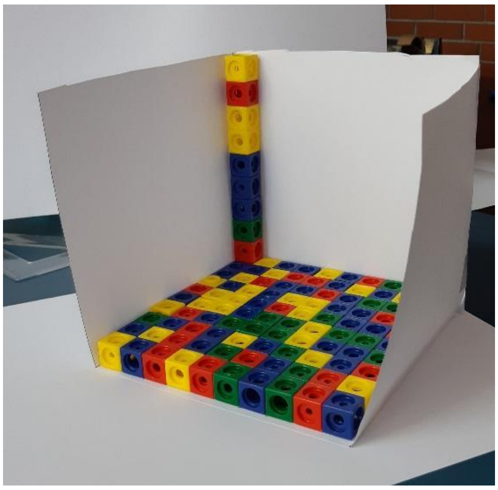
COMPITO I:
MAKE A CUBE NET THAT HAS VOLUME OF 1DM^3 USING MILLIMETRE PAPER.

COMPITO 2:
MAKE A CUBE USING THE CUBE NET FROM TASK 1.



COMPITO 3
DETERMINE THE VOLUME OF ONE CUBE (THAT YOU USE IN EXERCISE 1) USING A RULER.

COMPITO 4
ARRANGE SMALL CUBES INTO BIG CUBE AND EXPLORE HOW MANY 1CM^3 VOLUME CUBES (THAT YOU USED IN EXERCISE 1) COULD FILL THE 1DM^3 VOLUME CUBE YOU MADE AT TASK 2.



GLI STUDENTI ARRIVANO ALLA CONCLUSIONE CHE IN UN CUBO DI VOLUME 1DM³ CI SONO 1000 CUBI DI VOLUME DI 1CM3.

L'INSEGNANTE SCRIVE LE LORO CONCLUSIONI:

$$1dm^3 = 1000cm^3$$

L'INSEGNANTE DA' UN ALTRO COMPITO AGLI STUDENTI:

COMPITO 5:
DI QUANTI CUBI DI VOLUME 1 CM³ HAI BISOGNO PER RIEMPIRE UN CUBO DI VOLUME 8 DM³?

RISPOSTA: 8 DM³ = 8000 CM³

COMPITO 6:
DI QUANTI CUBI DI VOLUME 1 CM³ HAI BISOGNO PER RIEMPIRE UN CUBO DI 1 M³?

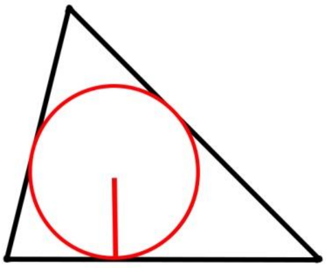
RISPOSTA: 1 M³ = 1000000 CM³

GLI STUDENTI RISOLVONO I COMPITI E DISCUTONO I RISULTATI CON L'INSEGNANTE.

VALUTAZIONE

PARTE FINALE (5 MIN)

1. CONOSCO LE UNITA’ DI MISURA PER IL VOLUME?
2. COMPRENDO LA CONVERSIONE?
3. SO USARLA?
4. SO SPIEGARLA?
5. SO APPLICARLA?



6. ARGOMENTO: IL RAGGIO DEL CERCHIO INSCRITTO IN UN TRIANGOLO

MATERIA: GEOMETRIA

CLASSE/ETÁ: 14-15 ANNI

PREREQUISITI: cerchio inscritto in un triangolo, bisettrici, centro del cerchio inscritto, perimetro ed area di un triangolo, formula di Erone, area di un cerchio.

: Costruzioni, architettura, arte

TEMPO: 50 minuti

PAROLE CHIAVE

- Cerchio inscritto in un triangolo
- Area di un triangolo
- Semiperimetro di un triangolo
- Formula di Erone
- Raggio

OBIETTIVI D'APPRENDIMENTO

- costruire un cerchio inscritto in un triangolo
- trovare la relazione tra area, perimetro e il raggio del cerchio inscritto in un triangolo
- applicare la formula scoperta in situazioni pratiche e concrete

MATERIALE

- Lavagna
- Lim/videoproiettore
- riga, squadra, goniometro, compasso
- fogli
- forbici
- calcolatrice

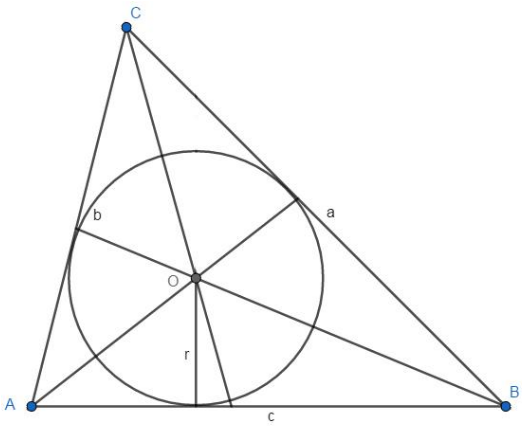
METODI D'INSEGNAMENTO

- Lavoro manuale
- Lavoro a coppie

Attività 1 – 5 minuti

L'insegnante ricorda brevemente il concetto di cerchio inscritto in un triangolo:

- I lati del triangolo sono tangenti alla circonferenza.
- Il centro del cerchio inscritto si trova nel punto di incontro delle bisettrici del triangolo.
- La bisettrice è la semiretta che ha origine in un vertice del triangolo e divide l'angolo in due parti uguali. (in un triangolo ci sono tre bisettrici, una per ogni vertice)
- Il semiperimetro di un triangolo è dato da $\boldsymbol{p} = \frac{\boldsymbol{a+b+c}}{\boldsymbol{2}}$.
- L'area del triangolo, secondo la formula di Erone, è data da $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.
- L'area di un cerchio è $A = \pi r^2$.



Attività 2 – 5 minuti

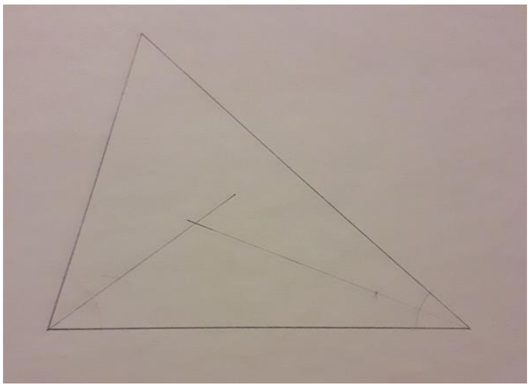
L'insegnante enuncia il seguente teorema:
Per ogni triangolo vale l'uguaglianza $\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{p}}$, dove **r** isè il raggio del cerchio inscritto nel triangolo, **S** è l'area del triangolo e **p** è il semiperimetro del triangolo, $\boldsymbol{p} = \frac{\boldsymbol{a+b+c}}{\boldsymbol{2}}$.

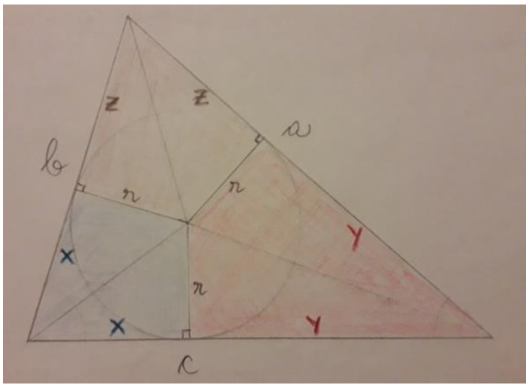
Attività 3 – 10 minuti

Per dimostrare il teorema, il docente scrive le istruzioni alla lavagna, passaggio per passaggio, mentre gli studenti lavorano a coppie.

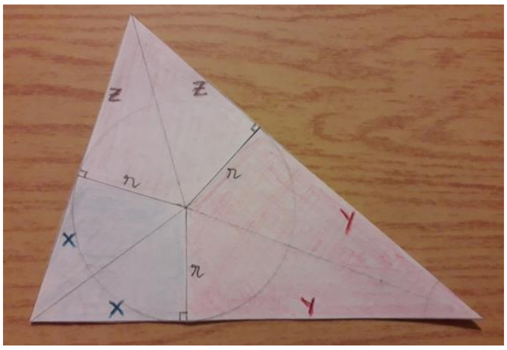
1. Disegna su un foglio di carta un triangolo. Traccia le bisettrici degli angoli interni. Dal punto di incontro delle bisettrici disegna il cerchio inscritto. Congiungi il centro della circonferenza con i punti di tangenza. Dal disegno risulta:

$a + b + c = 2(x + y + z)$, and you get $p = x + y + z$

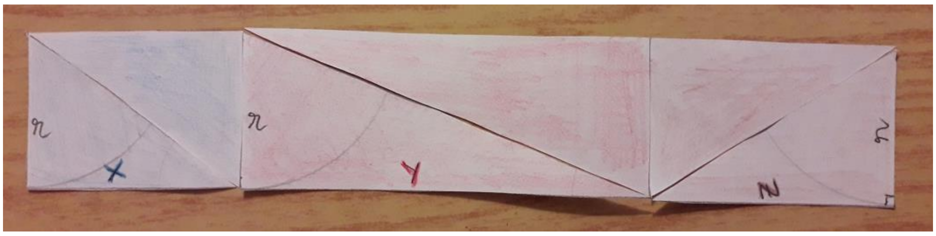




2. Taglia il triangolo nei 6 triangoli in cui è stato suddiviso dalle tre bisettrici e dai tre raggi.



3. Ricomponi i sei triangoli in modo da formale un rettangolo con un lato pari ad r e l’altro lato di lunghezza $x + y + z$.



4. l’area del triangolo iniziale è uguale all’area del rettangolo finale, quindi

$$S = r(x + y + z),\ S = rp.$$

Attività 4 – 15 minuti

Il falegname George deve costruire un armadio le cui mensole hanno la forma di triangoli rettangoli isosceli, come nel disegno. Aiutalo a calcolare la profondità che deve avere la mensola (cioè il cateto del triangolo rettangolo), sapendo che su ogni scaffale andranno posizionati dei piatti con un diametro di 40 cm.

Indichiamo con a un cateto del triangolo.
Ovviamente, anche l'altro cateto è a (poiché il triangolo è isoscele), mentre l'ipotenusa (per il teorema di Pitagora) sarà $\boldsymbol{a\sqrt{2}}$.
Quindi l'area del triangolo è $\boldsymbol{S = \frac{a^2}{2}}$ e il semiperimetro $\boldsymbol{p = \frac{a+a+a\sqrt{2}}{2}}$.
Sostituendo le formule precedenti nell'uguaglianza del punto 3. otteniamo:
Substituting in the newly learned equality, we get:

$S = rp \Leftrightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{a+a+a\sqrt{2}}{2} r \Leftrightarrow a = (2+\sqrt{2})r$

Nel nostro caso $r = 20$ e $\sqrt{2} \simeq 1{,}42$ da cui si ottiene $a \simeq (2 + 1{,}42) \cdot 20 = 68{,}4$ cm

BIBLIOGRAFIA

Roger B. Nelsen, Proofs Without Words III - Further Exercises in Visual Thinking, Published and Distributed by The Mathematical Association of America, 2015

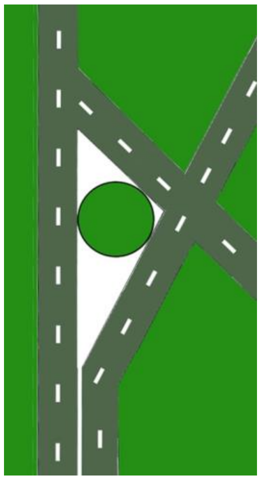
VALUTAZIONE

Verifica finale
Per le domande 1 e 2 è richiesta solo la risposta corretta, mentre per le domande 3 e 4 è richiesto l'intero processo di calcolo.

(20p) 1. Il centro del cerchio inscritto in un triangolo è:
a) il punto d'incontro delle mediane del triangolo
b) il punto d'incontro degli assi del triangolo
c) il punto d'incontro delle bisettrici del triangolo
d) il punto d'incontro delle altezze del triangolo

(20p) 2. La formula di Erone, per determinare l'area di un triangolo, è:

a) $\boldsymbol{S}=\sqrt{\boldsymbol{p}(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{a})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{c})}$, dove p è il perimetro del triangolo
b) $\boldsymbol{S}=\sqrt{\boldsymbol{p}(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{a})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{c})}$, dove p è il semiperimetro del triangolo
c) $\boldsymbol{S}=\sqrt{(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{a})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{c})}$, dove p è il perimetro del triangolo
d) $\boldsymbol{S}=\sqrt{(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{a})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{c})}$, dove p è il semiperimetro del triangolo



(20p) 3. Dato un triangolo la cui area è 96 m^2 e il perimetro 48 m, calcola il raggio del cerchio inscritto.

(30p) 4. All'incrocio nell'immagine a fianco, la società di design deve posizionare un prato nel cerchio centrale, e il marmo bianco nel resto del triangolo. Aiuta i lavoratori a calcolare la superficie del prato e quella che deve essere coperta di marmo, conoscendo le lunghezze dei lati del triangolo: $\boldsymbol{a}=\mathbf{40}$ m, $\boldsymbol{b}=\mathbf{30}$ m e $\boldsymbol{c}=\mathbf{20}$ m.

Punti aggiuntivi: 10
Tempo: 15 minuti

RISPOSTE:
1. c) 2. b)

3. Calcolo del semiperimetro del triangolo: $p=\frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}}{\mathbf{2}}=24$ m.

Calcolo del raggio del cerchio inscritto: $r=\frac{S}{p}=4$ m.

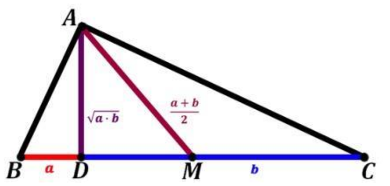
4. Calcolo del semiperimetro del triangolo: $p=\frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}}{\mathbf{2}}=45$ m.

Calcolo dell'area del triangolo usando la formula di Erone: $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{45\cdot 5\cdot 15\cdot 25}=75\sqrt{15}$ m^2.

Calcolo del raggio del cerchio inscritto: $\boldsymbol{r}=\frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{p}}=\frac{75\sqrt{15}}{45}=\frac{5\sqrt{15}}{3}$ m.

Calcolo dell'area del cerchio: $A=\pi r^2=\pi\left(\frac{5\sqrt{15}}{3}\right)^2=\pi\frac{125}{3}$ m^2.

La superficie da coprire di marmo è: $S-A=75\sqrt{15}-\pi\frac{125}{3}$ m^2.



PARAROLE CHIAVE

Significato di:
- media aritmetica
- media geometrica
- disuguaglianza
- capitale iniziale
- capitale finale
- interesse semplice
- interesse composto

RISORSE

- lavagna
- strumenti geometrici
- fogli di lavoro
- forbici
- proiettore
- laptop / computer
- calcolatrice tascabile

8. ARGOMENTO: DISUGUAGLIANZA TRA MEDIA ARITMETICA E MEDIA GEOMETRICA

MATERIA: DISUGUAGLIANZA TRA MEDIA ARITMETICA E MEDIA GEOMETRICA

ETA': 14-15

PRE-REQUISITI: operazioni con le frazioni, operazioni con i radicali, media aritmetica, media geometrica, capitale iniziale, capitale finale, interesse semplice e interesse composto

MATERIE CORRELATE: Matematica Finanziaria, Arte, Architettura

RISULTATI DI APPRENDIMENTO

- Calcolo della media aritmetica e della media geometrica in situazioni pratiche, concrete

METODI DI INSEGNAMENTO

- Lavoro pratico
- Attività interattive
- Lavoro a coppie

ATTIVITA'

Attività 1 - 5 minuti

L'insegnante presenta l'argomento della lezione e ricorda agli studenti i seguenti concetti:

La parola "media" si trova quasi quotidianamente nelle discussioni delle persone, in espressioni come "durata media della vita delle persone", "vita media di un dispositivo", "peso medio di un prodotto". La media è un valore tipico o centrale di molti dati. Affinché la dimensione media abbia un carattere oggettivo, è necessario scegliere il giusto tipo di media. I mezzi più usati sono: media aritmetica; media geometrica; media armonica; media quadrata /quadratica.

La media aritmetica si una serie di *n* numbers $x_1, x_2, \dots, x_n$è la somma dei numeri divisa per *n*:

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}.$$

La media geometrica è definita come la radice n-esima del prodotto di n numeri non negativi. Per un insiemedi *n* numeri non negativi $x_1, x_2, \dots, x_n$,la media geometrica è data da:

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n}.$$

Attività 2 - 15 minuti

Per vedere quanto sia importante scegliere il giusto tipo di media, l'insegnante presenta la seguente attività pratica e ricorda le nozioni necessarie.

Gli studenti sono divisi in tre coppie: bianco, rosso e nero.

L'insegnante ricorda agli studenti come calcolare il capitale finale in caso di interesse semplice e interesse composto:

- Nel caso dell'interesse semplice il capitale finale è dato da $C_1 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$
- Nel caso dell'interesse composto il capitale finale è dato da $C_n = C_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

L'insegnante presenta il problema da risolvere:

Una persona deposita presso la banca un importo (capitale iniziale) di 1.000.000 lei in un periodo di 5 anni, con tassi di interesse annuali che variano come segue: 1%, 2%, 4%, 5%, 10%. Dobbiamo calcolare il tasso annuale medio (se applicabile) e il capitale finale alla fine dei 5 anni.

Le **squadre bianche** useranno il percorso più lungo, ma più sicuro, calcolando i tassi di interesse semplici per ogni anno.

Le **squadre rosse** calcoleranno il tasso di interesse medio utilizzando la media aritmetica, quindi calcoleranno il capitale finale utilizzando l'interesse composto.

Le **squadre nere** calcoleranno il tasso di interesse medio utilizzando la media geometrica, quindi calcoleranno il capitale finale utilizzando il tasso di interesse composto.

Le **squadre bianche** calcolano il capitale finale corrispondente a ogni anno:

Anno 1: $C_1 = C_0 \cdot \left(1+\frac{p_1}{100}\right)$ = 1.000.000·1,01=1.010.000 lei

Anno 2: $C_2 = C_1 \cdot \left(1+\frac{p_2}{100}\right)$= 1.010.000·1,02=1.030.200 lei

Anno 3: $C_3 = C_2 \cdot \left(1+\frac{p_3}{100}\right)$= 1.030.200·1,04=1.071.408lei

Anno 4: $C_4 = C_3 \cdot \left(1+\frac{p_4}{100}\right)$= 1.071.408·1,05=1.124.978,40 lei

Anno 5: $C_5 = C_4 \cdot \left(1+\frac{p_5}{100}\right)$= 1.124.978,40·1,10=1.237.476.24 lei.

Le **squadre rosse** calcolano:

Il coefficiente medio $1+\frac{p}{100}=\frac{1{,}01+1{,}02+1{,}04+1{,}05+1{,}10}{5}=1{,}044.$

Il capitale finale: $C_5 = C_0 \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right)^5$ = 1.000.000·$(1{,}044)^5$=1.240.230,745396224 lei.

Le **squadre nere** calcolano:

Il coefficiente medio:$1+\frac{p}{100}=\sqrt[5]{1{,}01\cdot 1{,}02\cdot 1{,}04\cdot 1{,}05\cdot 1{,}10}=\sqrt[5]{1{,}23747624}=$ $1{,}0435358506011152101423015728519.$

Il capitale finale: $C_5 = C_0 \cdot \left(1+\frac{p}{100}\right)^5$ = 1.000.000·$(1{,}0435358506011152101423015728519)^5$=1.000.000·1,23747624= 1.237.476,24 lei.

Dopo che ogni squadra presenta il suo risultato, vengono tratte le conclusioni. Le squadre bianche e nere hanno ottenuto lo stesso risultato, quello corretto. La squadra rossa ha ottenuto ulteriori 2.700 lei. Perché? Perché hanno usato un'operazione additiva (media aritmetica) nel caso di un processo moltiplicativo (il capitale finale nel caso di interesse composto).

Attività 3 - 15 minuti

L'insegnante presenta la disuguaglianza delle medie.

Per un elenco di numeri non negativi, usando le notazioni matematiche, AM-GM, la disuguaglianza è scritta come:

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}\geq \sqrt[n]{x_1\cdot x_2\cdot \ldots\cdot x_n}\,,$$

e l'uguaglianza si ha se e solo se $x_1=x_2=\cdots=x_n$.

Nel caso di due numeri non negativi a e b, si ha:

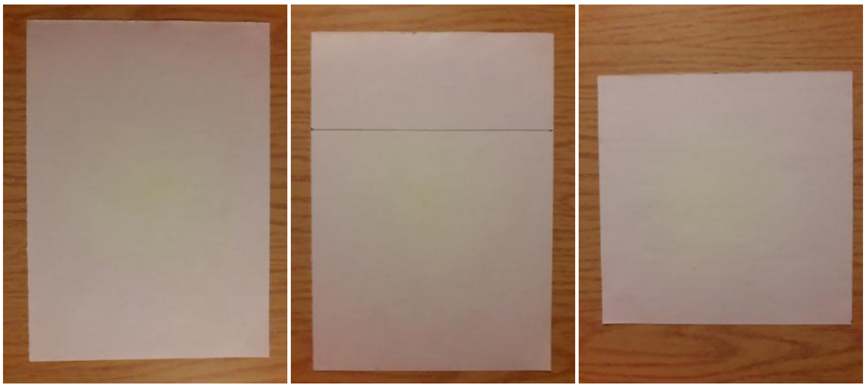
$$\frac{a+b}{2}\geq \sqrt{ab}.$$

E si ha l'uguaglianza se e solo se $a=b$.

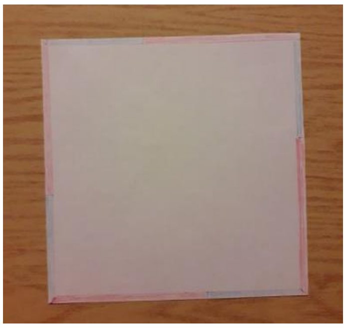
La disuguaglianza tra MA–MG è una disuguaglianza di base, usata per dimostrar e altre disuguaglianze.

Di seguito hai una dimostrazione visiva:

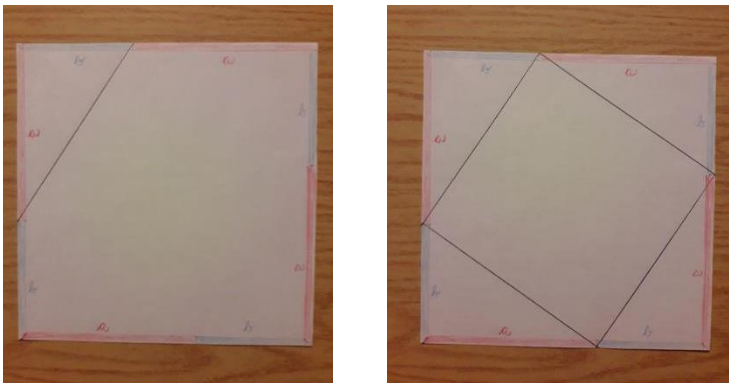
1. Crea un quadrato da un foglio di carta



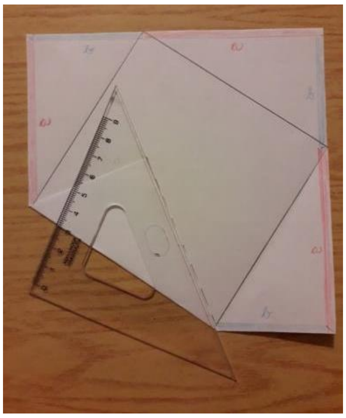
2. Dividi ogni lato in due segmenti di lunghezza a e b.



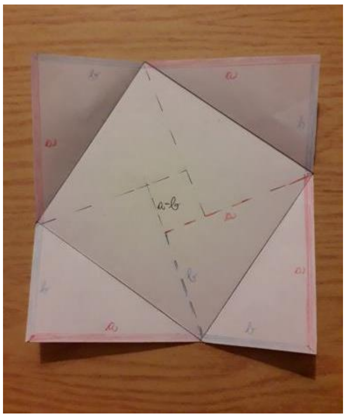
3. Traccia una linea da un punto all'altro, come mostrato nelle immagini:



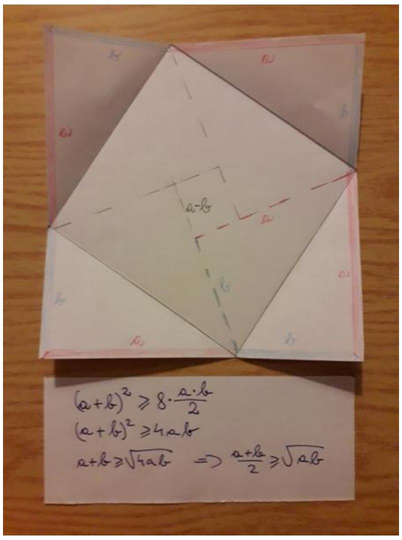
4. Piega il pezzo di carta lungo i segmenti risultanti



5. Traccia una linea tratteggiata lungo il lato più lungo (di lunghezza a nella nostra illustrazione).

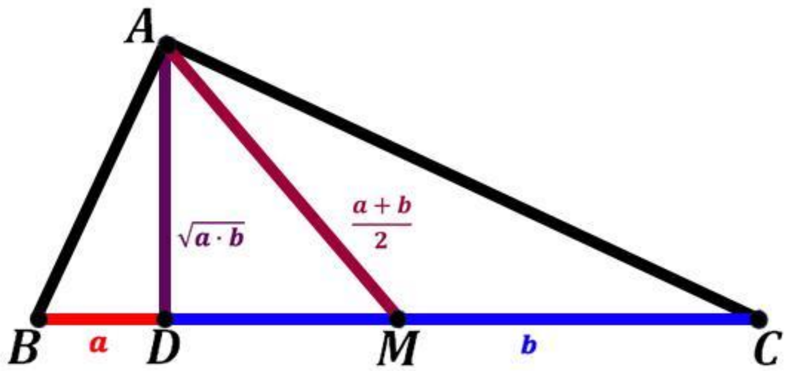


6. L'area del quadrato di lato $a+b$, $(a+b)^2$, è 8 volte più grande di quella di un triangolo rettangolo di cateti a e b, che è $8 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$. Si ha l'uguaglianza solo se $a=b$.



Attività 4 - 5 minuti (eseguita solo se rimangono almeno 15 minuti per la valutazione)

L'insegnante presenta un'interpretazione geometrica della disuguaglianza tra le medie:



In qualsiasi triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è la media geometrica delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa e la mediana relativa all'ipotenusa è la media aritmetica delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa. La lunghezza dell'altezza è minore o uguale alla lunghezza della mediana.

VALUTAZIONE

Scheda di valutazione

Sono necessarie soluzioni complete per tutti i problemi. È consentito l'uso della calcolatrice tascabile.

(10p) 1.Determina il valore verità della seguente frase:

„$\frac{a+b+c}{3} > \sqrt[3]{abc}, \forall a, b, c \in (0, \infty)$" (VERO O FALSO) e giustifica la risposta.

(10p) 2. Calcola la media aritmetica dei numeri 23, 57, 61.

(10P) 3. Calcola la media geometrica dei numeri: 2, 6,18.

(15P) 4. Calcola la media aritmetica dei numeri: $3 + \sqrt{8}$ e $3 - \sqrt{8}$.

(15P) 5. Calcola la media aritmetica dei numeri $3 + \sqrt{8}$ e $3 - \sqrt{8}$.

(30P) 6. Una persona deposita alla banca un importo (capitale iniziale) di 1.000.000 di lei in un periodo di 3 anni, con tassi di interesse annuali che variano come segue: 1%, 4%, 5%. Calcola il capitale finale alla fine dei 3 anni.

10 punti vengono assegnati d'ufficio.
L'orario di lavoro è di 15 minuti.

Soluzioni del test:

1.la frase è falsa. Se *a = b = c*,allora la disuguaglianza diventa un'uguaglianza.

2. $\frac{23+57+61}{3} = \frac{141}{3} = 47.$

3. $\sqrt[3]{2 \cdot 6 \cdot 18} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 = 6.$

4. $\frac{(3+\sqrt{8})+(3-\sqrt{8})}{2} = \frac{6}{2} = 3.$

5. $\sqrt{(3+\sqrt{8})(3-\sqrt{8})} = \sqrt{9-8} = 1.$

6. Soluzione 1

Calcoliamo il capitale finale corrispondente ad ogni anno:

ANNO1: $C_1 = C_0 \cdot \left(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{p_1}}{\mathbf{100}}\right)$ = 1.000.000 ·1,01=1.010.000 LEI

ANNO 2: $C_2 = C_1 \cdot \left(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{p_2}}{\mathbf{100}}\right)$ = 1.010.000 ·1,04=1.050.400LEI

ANNO 3: $C_3 = C_2 \cdot \left(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{p_3}}{\mathbf{100}}\right)$ = 1. 050.400 ·1,05= 1.102.920LEI.

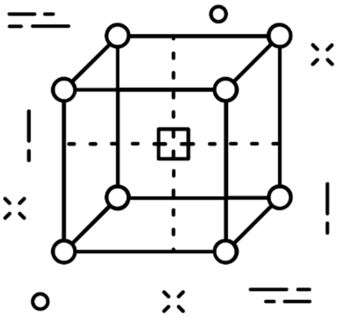
Soluzione 2

Calcoliamo il coefficiente medio: $1 + \frac{p}{100} = \sqrt[3]{1{,}01 \cdot 1{,}04 \cdot 1{,}05} = \sqrt[3]{1{,}10292} =$ $1{,}0331927199115206078592130934088.$

Calcoliamo il capitale finale: $C_3 = C_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3 =$ $1.000.000 \cdot (1{,}0331927199115206078592130934088)^3$=1.000.000·1,10292= 1.102.920 lei.

Roger B. Nelsen, Proofs Without Words II - More Exercises in Visual Thinking, Published and Distributed by The Mathematical Association of America, 2000

Internet - https://towardsdatascience.com/on-average-youre-using-the-wrong-average-geometric-harmonic-means-in-data-analysis-2a703e21ea0



10. ARGOMENTO: POLIEDRI

MATERIA:GEOMETRIA

ETA': 14-16

PRE-REQUISITI: BASI DELLA GEOMETRIA

COLLEGAMENTI: ARCHITETTURA

PAROLE CHIAVE

- SOLIDI PLATONICI
- FORMULA DI EULERO PER I POLIEDRI

MATERIALE

- FOGLI
- FOGLI COLORATI
- COLLA
- CANNUCCE

RISULTATI DI APPRENDIMENTO

- Comprendere il concetto alla base di un solido platonico e quando un poliedro è tale.

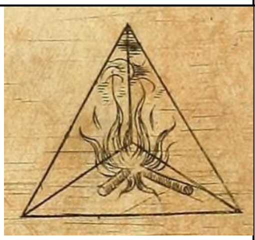
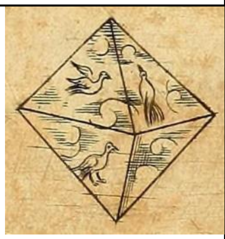
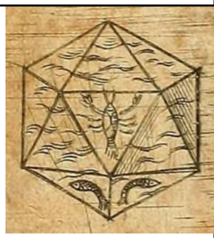
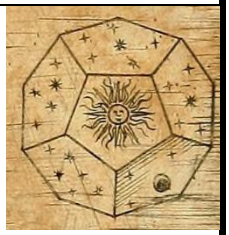
METODI DI INSEGNAMENTO

- Attività laboratoriale
- Lavoro di gruppo
- Esercizi pratici e riferimenti alla vita pratica

ATTIVITA'

10 MIN: INTRODUZIONE ALL'ARGOMENTO

Cosa sono i poliedri?
I poliedri platonici, o solidi platonici, prendono il nome dal filosofo e matematico greco Platone (c. 428-347 a.C.). Egli attribuì questi poliedri agli elementi e all'universo come rappresentato di seguito da Keplero nel 1619. Vedrai che ogni poliedro contiene diversi poligoni.

6 quadrati	**4 triangoli**	**8 triangoli**	**20 triangoli**	**12 pentagoni**
				

Domanda per gli studenti:

Sulla base delle immagini potresti dire quale sia il significato del prefisso prima di -edro (dal greco: hédra "base" o "faccia")?

- Esa
- Tetra
- Otta
- Isoca
- Dodeca

Un **poliedro** è una figura solida fatta di superfici piane chiamate poligoni. Queste superfici non possono essere arrotondate né curve.

La particolarità dei poliedri platonici:

- Sono poliedri convessi, il che significa che se tracciamo una linea retta da un punto del poliedro a un altro qualsiasi dei suoi punti, la linea rimarrà all'interno del solido.
- Sono poliedri regolari, il che significa che le loro superfici piane, o facce, sono poligoni regolari con lo stesso numero di lati.

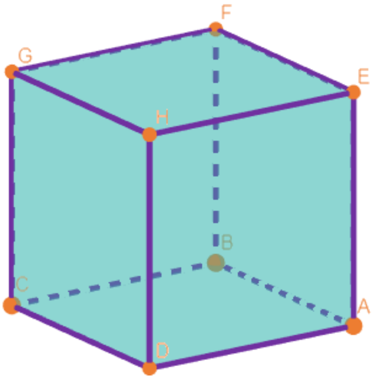
Anche un matematico tedesco, **Leonardo Eulero** (1707-1783), studiò i poliedri e trovò una formula che ci consente di verificare se una figura è un poliedro o no. È stato usata dai matematici che hanno cercato di trovare altri poliedri platonici. La conclusione è stata che ce ne sono solo cinque!

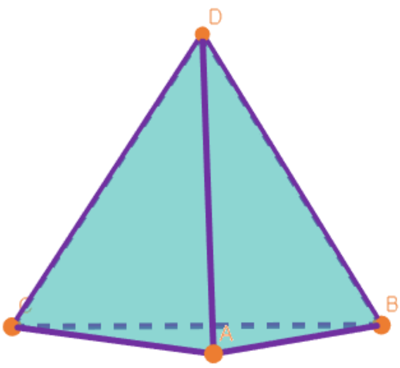
Ecco la formula per i poliedri di Eulero:

$$F + V - S = 2$$

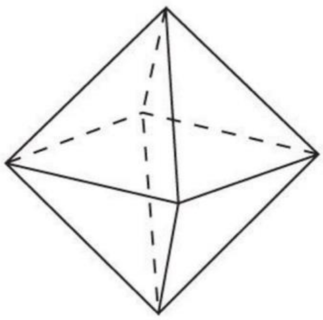
con F numero of Facce, V numero di Vertici ed S numero di Spigoli.

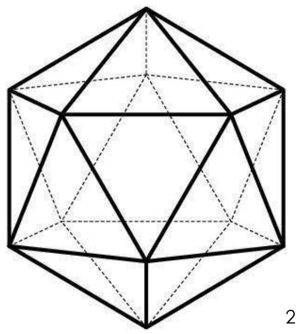
Per riconoscere meglio le diverse parti dei poliedri regolari, ecco l'esaedro e il tetraedro con un colore diverso per ogni parte (facce, vertici e bordi):

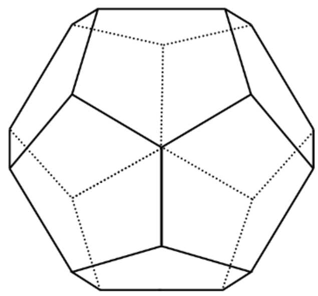




Colora nei seguenti poliedri le **Facce**, i **Vertici** e gli Spigoli.


[1]


[2]


[3]

---

[1] https://alchetron.com/Octahedron

[2] https://alchetron.com/Icosahedron

[3] dodecahedron by Cecilia Morales from the Noun Project

20 MIN: ESERCIZI

COMPITO 1: DATA LA FORMULA DI EULERO F + V – S = 2 (CON V = VERTICI, S= SPIGOLI E F = FACCE), COMPLETA LA SEGUENTE TABELLA:

Solidi platonici	Numero di facce (F)	Numero di vertici (V)	Numero di spigoli (S)	S + 2	F + S
Esaedro	6	8	12	14	18
Tetraedro					
Ottaedro					
Dodecaedro					
Icosaedro					

Compito 2: Quale esaedro corrisponde a ciascun sviluppo?

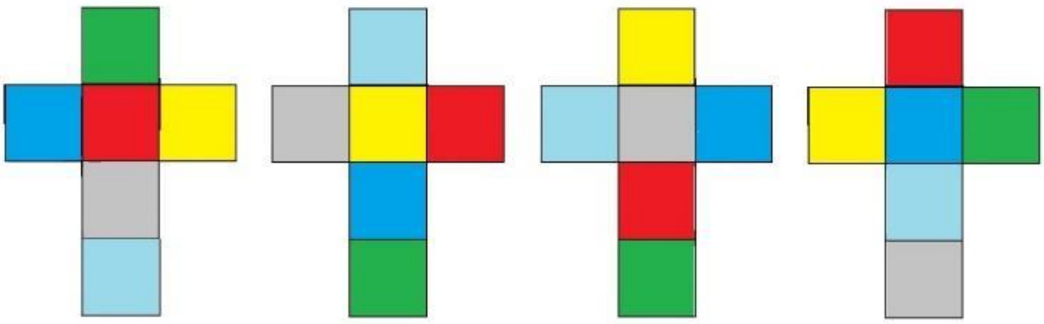


Fig. 22 – Sviluppo di un cubo (Source: Author)

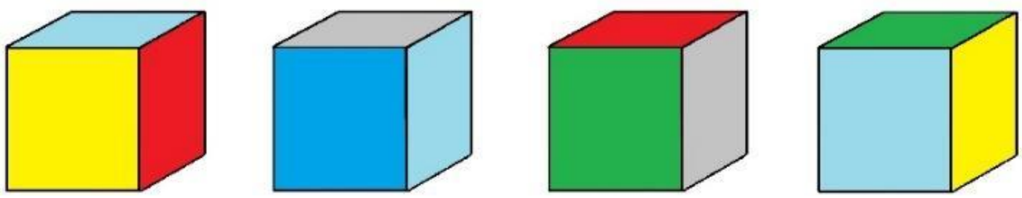
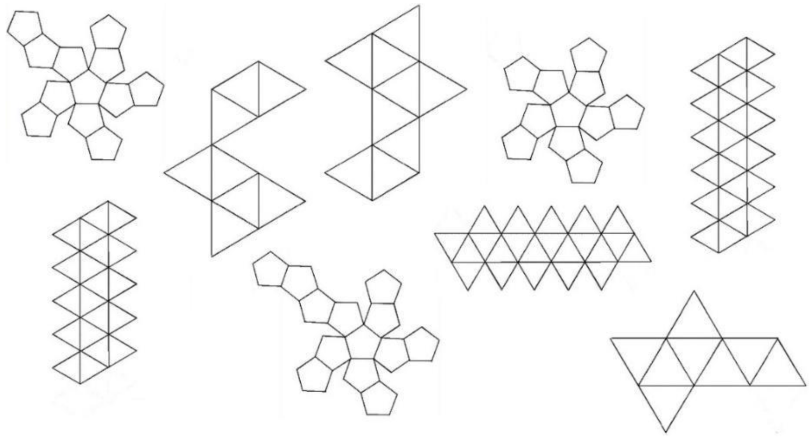


Fig 1: SPEL (Sociedade Promotora De Estabelecimentos De Ensino Lda) The Art of Maths Erasmus+ Project

Compito 3: Cerchia lo sviluppo corrispondente a un poliedro platonico:

Ritaglia i diversi sviluppi e piegali per creare una forma in 3D. Poi colora quelli che sono un poliedro platonico.



Compito 4: Costruiamo!

Fig 2: SPEL (Sociedade Promotora De Estabelecimentos De Ensino Lda) The Art of Maths Erasmus+ Project

Crea dei gruppi e scegli un poliedro platonico per ogni squadra. Prendi abbastanza cannucce, fogli colorati e fogli di schiuma per costruire il poliedro.

Devi costruire la struttura del tuo solido platonico usando le cannucce come spigoli.

Quindi, usa i fogli colorati per creare le facce e incollali tra le cannucce. E infine, ritaglia piccoli cerchi dal foglio di schiuma e incollali ai vertici del loro poliedro.

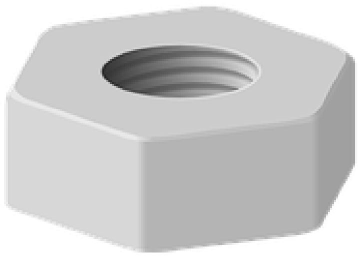
Una volta creati tutti i poliedri, avrai evidenziato tutti gli elementi necessari della formula di Eulero!

10 MIN: SINTESI DELL'ARGOMENTO
(SPIEGAZIONE DOVE QUESTO CONCETTO POTREBBE ESSERE UTILE)

QUALI SONO LE CONSEGUENZE DELLA FORMULA DI EULERO AL DI LA' DEL MONDO DEL POLIEDRI?
PER ESEMPIO SI POSSONO MENZIONARE I CHIP INFORMATICI. I CHIP DEL COMPUTER SONO CIRCUITI INTEGRATI, COMPOSTI DA MILIONI DI MINUTE COMPONENTI COLLEGATI DA MILIONI DI BINARI DI CONDOTTA. QUESTI RICORDANO LE RETI DALL'ATTIVITÀ 3, TRANNE CHE DI SOLITO NON È POSSIBILE POSIZIONARLI SU UN PIANO SENZA INCROCIARE ALCUNI BINARI DI CONDOTTA – GLI SPIGOLI. GLI INCROCI NON VANNO BENE NELLA PROGETTAZIONE DEI CIRCUITI, QUINDI IL LORO NUMERO DOVREBBE ESSERE TENUTO IN BASSO, MA NON È UN COMPITO FACILE. LA FORMULA PER I POLIEDRI DI EULERO, CON LE SUE INFORMAZIONI SULLE RETI, È ESSENZIALE NEL TROVARE SOLUZIONI

UN ALTRO ESEMPIO E' IL NOSTRO UNIVERSO. AI GIORNI NOSTRI I COSMOLOGI NON SONO D'ACCORDO RIGUARDO LA SUA FORMA ESATTA. FONDAMENTALE IN QUESTO CASO È LA TOPOLOGIA, LO STUDIO MATEMATICO DI FORMA E SPAZIO. NEL 19 ° SECOLO I MATEMATICI HANNO SCOPERTO CHE TUTTE LE SUPERFICI IN UNO SPAZIO TRIDIMENSIONALE SONO CARATTERIZZATE IN MODO SOSTANZIALE DAL NUMERO DI FORI CHE HANNO: I NOSTRI POLIEDRI REGOLARI NON HANNO BUCHI, UN ARCO HA UN BUCO, ... LA FORMULA DI EULERO NON FUNZIONA PER I POLIEDRI CON I FORI, MA I MATEMATICI NE HANNO SCOPERTO UNA GENERALIZZAZIONE. PER QUALSIASI POLIEDRO, F + V - S È ESATTAMENTE 2 MENO 2 VOLTE IL NUMERO DI FORI! QUESTO NUMERO, CHIAMATO NUMERO CARATTERISTICO DI EULERO, È IMPORTANTE PER LO STUDIO DI TUTTE LE SUPERFICI TRIDIMENSIONALI, NON SOLO DEI POLIEDRI. LA FORMULA DI EULERO PUO 'ESSERE VISUALIZZATA COME CATALIZZATORE PER UN NUOVO MODO DI PENSARE RIGUARDO LA FORMA E LO SPAZIO.

(HTTPS://PLUS.MATHS.ORG/CONTENT/EULERS-POLYHEDRON-FORMULA)



https://www.mathsisfun.com/geometry/polyhedron-models.html?m=Tetrahedron –Esempi animati di poliedri

Storia dei poliedri in Grecia:
http://web.iyte.edu.tr/~gokhankiper/Polyhedra/Greeks.htm

Disegnare poliedri in prospettiva rispetto ad un punto:
https://www.studentartguide.com/wp-content/uploads/2015/02/perspective-drawing.pdf

Formula per i poliedri di Eulero, Abigail Kirk:
https://plus.maths.org/content/eulers-polyhedron-formula

12. ARGOMENTO: TEOREMI DI EUCLIDE

MATERIA: Geometria

CLASSE/ETA': 2° anno (15/16 anni)

PREREQUISITI: Elementi di un triangolo rettangolo (cateti, proiezioni dei cateti, ecc.), Teorema di Pitagora, proporzioni

MULTIDISCIPLINARIETA': nessuna

DURATA: 1 lezione (60 minuti)

PAROLE CHIAVE

- Angolo retto
- Triangolo
- Cateti
- Proiezioni
- Altezza
- Ipotenusa

RISULTATI D'APPRENDIMENTO

- Conoscere i Teoremi di Euclide
- Applicarli in forma algebrica
- Applicarli sotto forma di proporzione

MATERIALE

- Riga e squadra
- Cartoncino colorato
- Forbici

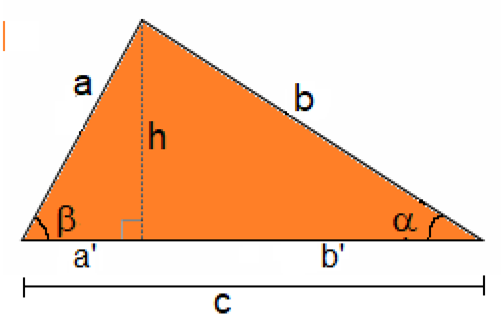
METODI D'INSEGNAMENTO

- Attività manuale
- Lavoro di gruppo
- Brainstorming

ATTIVITA'

INTRODUZIONE ALLA LEZIONE (5 MINUTI)

Gli studenti ripassano con l'aiuto dell'insegnante la nomenclatura relativa ai triangoli rettangoli. In particolare la definizione di cateti, proiezioni, ipotenusa, altezza, come in figura:



a e **b**: cateto minore e cateto maggiore rispettivamente
h: altezza relativa all'ipotenusa
c: ipotenusa
a': proiezione del cateto **a** sull'ipotenusa
b': proiezione del cateto **b** sull'ipotenusa
α: angolo opposto ad **a** (e viceversa **a** è il lato opposto ad α)
β: angolo opposto a b (e viceversa **b** è il lato opposto a β)

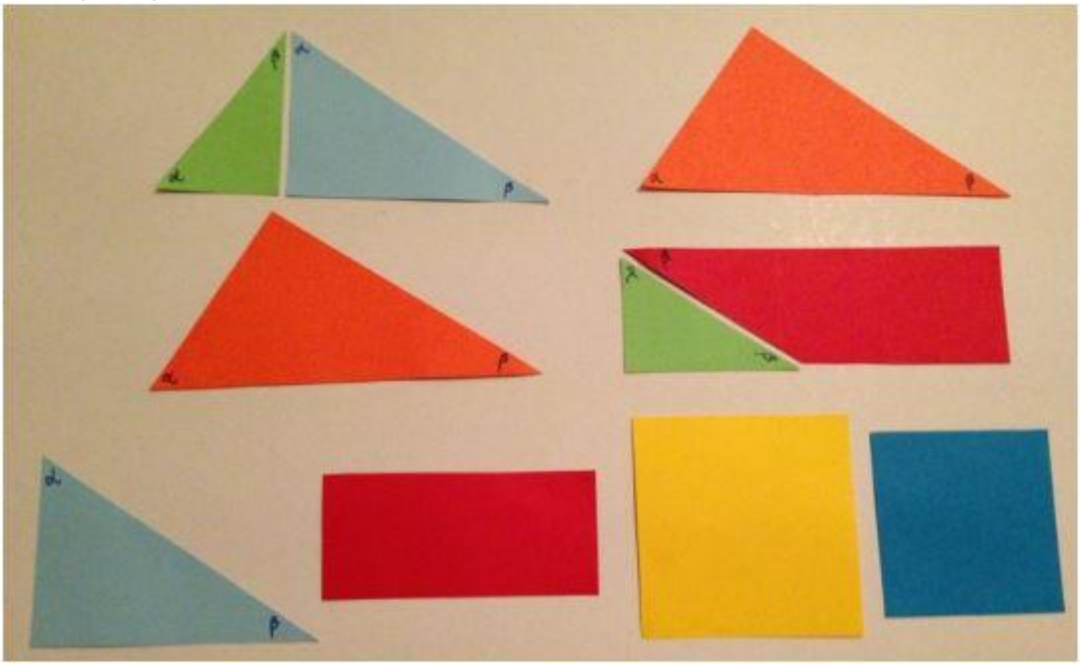
L'insegnante invita gli studenti a memorizzare tale nomenclatura, che verrà utilizzata durante lo svolgimento della lezione.
Quindi la classe viene suddivisa in gruppi, a seconda del numero totale di studenti (l'ideale è 4/5 studenti per gruppo), e spiega loro che con questa attività si arriverà all'enunciazione del Primo e del Secondo Teorema di Euclide.

ATTIVITA' MANUALE - PRIMA PARTE (10/15 MINUTI)

Ogni gruppo dovrà preparare le seguenti figure con il cartoncino:

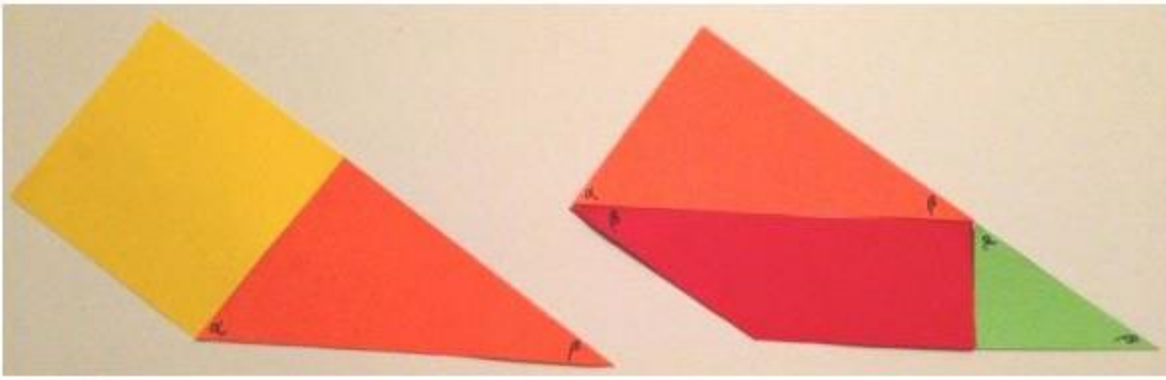
- Due triangoli arancioni, con lati ed angoli come indicato nella figura iniziale;
- un quadrato giallo di lato **a**
- un quadrato blu di lato **h**
- un rettangolo rosso di lati **a'** e **b'**
- due triangoli rettangoli verdi di cateti **a'** and **h**
- due triangoli celesti di cateti **b'** e **h**
- un trapezio rettangolo rosso con base maggiore **c**, base minore (**c** – **h**) e altezza **a'**

Vedi la figura qui sotto:



ATTIVITA' MANUALE - SECONDA PARTE (15/20 MINUTI)

Gli studenti devono assemblare le seguenti figure equivalenti:



Sovrapponendo le due figure, si nota che esse hanno esattamente la stessa forma, quindi uguagliando le due aree (e togliendo da entrambe lo stesso triangolo arancione) si arriva alla seguente uguaglianza:

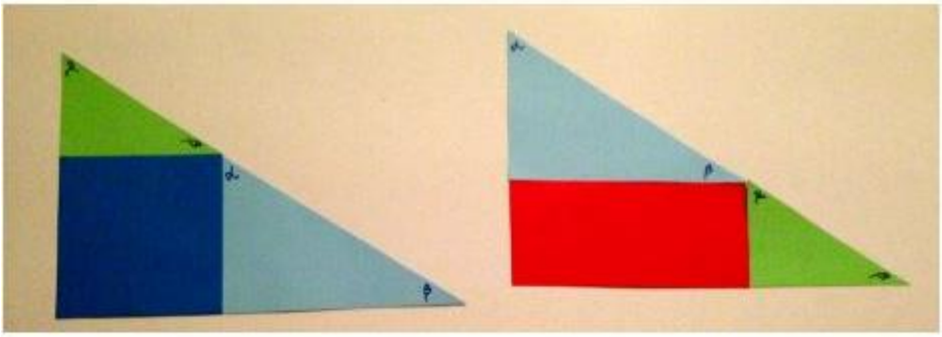
$$a^2 = c \cdot a'$$

che rappresenta il Primo Teorema di Euclide

(si può facilmente notare che il trapezio rosso unito al triangolo verde forma un rettangolo, come nella figura a fianco):

Con l'aiuto del docente gli studenti arrivano alla formulazione del Primo teorema di Euclide, ossia al seguente enunciato: “Il quadrato costruito su un cateto di un triangolo rettangolo è equivalente ad un rettangolo che ha per lati l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa“.

In tmodo analogo, assemblando le seguenti figure equivalenti:



Sovrapponendole ed uguagliando le due aree come in precedenza (eliminando stavolta da entrambe sia il triangolo verde che quello celeste) si ottiene:

$$h^2 = a' \cdot b'$$

Che rappresenta il Secondo Teorema di Euclide

Con l'aiuto del docente gli studenti arrivano alla formulazione del Secondo teorema di Euclide, ossia al seguente enunciato: “Il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo è equivalente ad un rettangolo che ha per lati le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa“.

PARTE FINALE (10/15 MINUTI)

Il docente scrive alla lavagna l'enunciato dei due teoremi di Euclide nella forma proporzionale:
1) Il cateto di un triangolo rettangolo è medio proporzionale tra l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa
2) L'altezza relativa all'ipotenusa di un triangolo rettangolo è media proporzionale tra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa

Il docente chiede quindi agli studenti di verificare l'equivalenza dei due enunciati (quello dedotto dall'attività precedente e quello scritto alla lavagna) attraverso una attività di brainstorming.

VALUTAZIONE

1. CONOSCO I TEOREMI DI EUCLIDE?

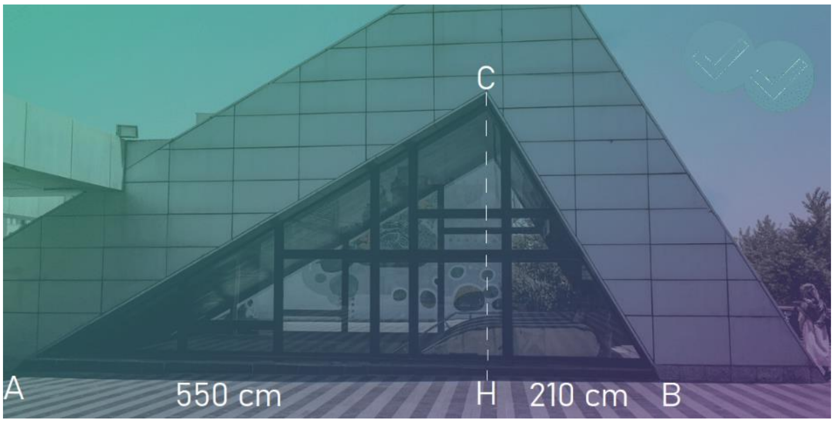
2. SONO IN GRADO DI APPLICARLI?

3. POSSO FORMULARLI IN MODI DIVERSI MA EQUIVALENTI?

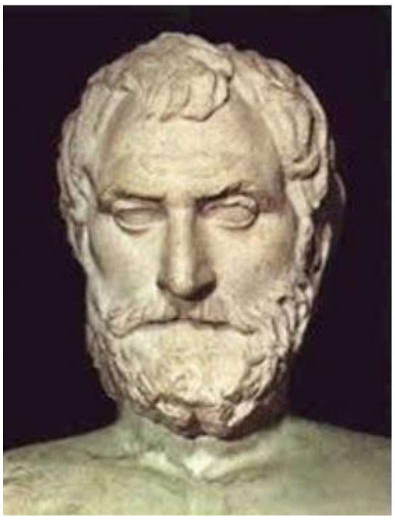
Gli studenti devono rispondere ai seguenti quesiti in 5 minuti:

Un famoso architetto, appassionato di geometria, ha costruito questo strano edificio:

Con un metro a nastro misuri la base della struttura, da A ad H, e da H a B (vedi figura sotto):



1) Qual è l'altezza interna (CH) dell'edificio? Quale teorema hai utilizzato per rispondere?
2) Immagina di voler decorare con luci natalizie il bordo della vetrata esterna (lati AC e CB). Quanti centimetri di luci elettriche sono necessari? Quale teorema hai utilizzato per rispondere?



13. ARGOMENTO: TEOREMA DI TALETE

MATERIA: Geometria

CLASSE/ETÁ: 14-15 anni *[a seconda di quando vengono introdotti i triangoli simili nei curriculum dei vari paesi partner]*

PREREQUISITI: Operazioni algebriche elementari, equazioni lineari ad una incognita

MULTIDISCIPLINARIETÁ: Vita di tutti i giorni

TEMPO: 70 – 90 minuti

PAROLE CHIAVE

- Teorema di Talete
- Triangoli simili

OBIETTIVI D'APPRENDIMENTO

- Imparare il teorema di Talete
- Applicare i criteri di similitudine dei triangoli
- Risolvere un problema che fa parte della storia della matematica

METODI D'INSEGNAMENTO

- Attività manuale
- Lavoro di gruppo

MATERIALE

- Lavagna
- Fogli

ATTIVITÁ 1: Il docente introduce Talete ed il suo teorema (15 min):

L'insegnante introduce agli studenti Talete di Mileto; in alternativa può invitare gli studenti a leggere da soli chi era Talete di Mileto dalle loro dispense.

Chi era Talete di Mileto?

Talete di Mileto nacque nel 624 a.C. a Mileto, Grecia. È considerato il primo filosofo presocratico, il primo dei sette saggi dell'antichità. Matematico, fisico, astronomo, ingegnere, meteorologo, è stato il fondatore della Scuola Ionica di Filosofia di Mileto.

Aristotele e altri filosofi antichi consideravano Talete il primo filosofo greco; Talete fu colui che riuscì ad avvicinarsi e spiegare i fenomeni naturali attraverso la logica scientifica, rifiutando di accettare qualsiasi precedente interpretazione dei fenomeni naturali, che fino ad allora si era basata esclusivamente su miti, leggende e credenze religiose. Quindi Talete può essere a ragione considerato il primo pioniere della ricerca scientifica.

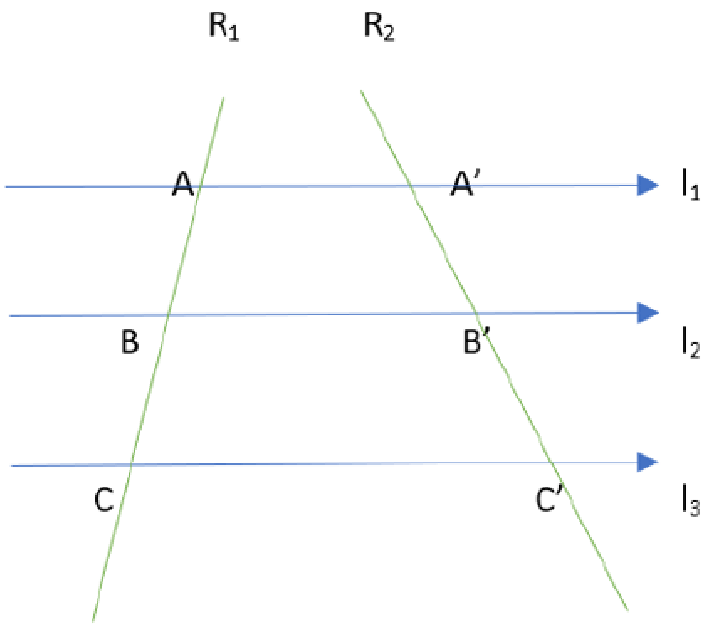
L'insegnante procederà quindi con l'enunciato del teorema di Talete:

Teorema di Talete

Talete di Mileto è ampiamente conosciuto per i suoi teoremi nel campo della geometria. Uno di questi è il teorema presentato di seguito:

Se abbiamo tre rette parallele I_1, I_2 e I_3 che tagliano (intersecano) altre due rette, che chiameremo R_1 e R_2, allora i segmenti prodotti nella intersezione sono tra loro proporzionali. Cioè:

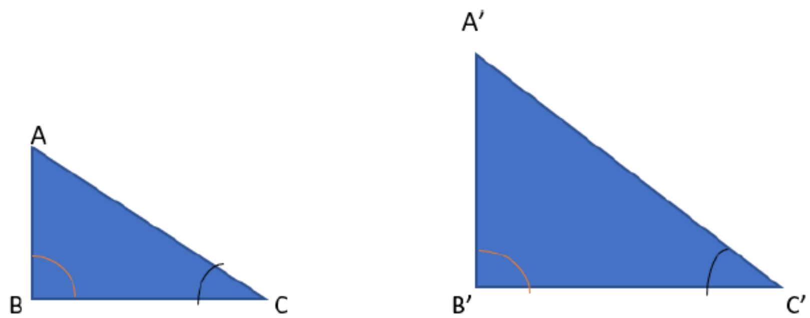
$$\boxed{se\ I_1 \parallel I_2 \parallel I_3\ e\ le\ tre\ rette\ intersecano\ R_1\ ed\ R_2,\ allora\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}}$$



L'insegnante può spiegare ulteriormente l'affermazione di cui sopra e la sua correlazione con triangoli simili utilizzando il seguente esempio:

La teoria sulla similitudine dei triangoli è fortemente correlata al teorema di Talete. Nello specifico, ci sono tre criteri di similitudine; qui ci concentreremo sul primo criterio, il cui enunciato è il seguente:

Se due triangoli hanno gli angoli rispettivamente congruenti, allora sono simili



Supponiamo che l'angolo B del triangolo ABC sia uguale all'angolo B' del triangolo A'B'C' e che l'angolo C sia uguale all'angolo C'. Quindi, secondo il criterio di similitudine enunciato sopra, possiamo concludere che i triangoli ABC e A'B'C' sono simili, ottenendo così la seguente proporzione:

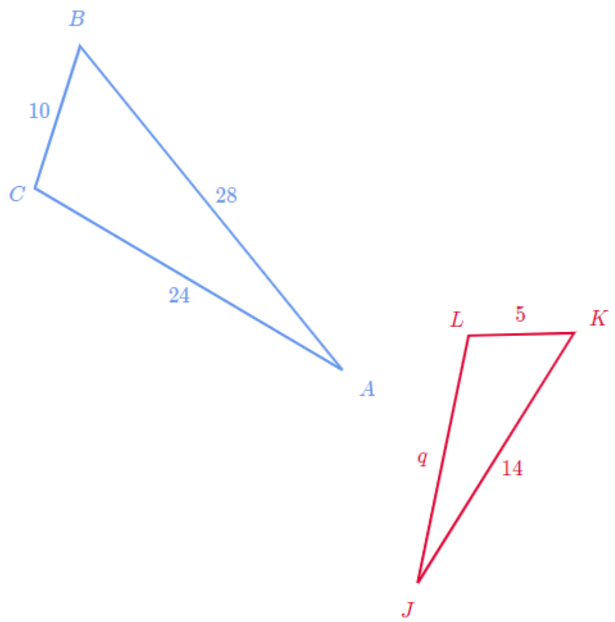
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = \lambda \text{ dove } \lambda \text{ è detto "rapporto di similitudine"}$$

<u>ATTIVITÀ 2: Gli studenti possono utilizzare il teorema in pratica (15 min):</u>

Si suggerisce che l'insegnante proponga la risoluzione di un esercizio semplice sui triangoli simili, prima di procedere con il compito. Può essere utilizzato il seguente esercizio:

L'insegnante disegna i triangoli sottostanti sulla lavagna. Quindi chiede:

Il triangolo ABC è simile a JKL. Trova q.



(Fonte: https://www.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-similarity/hs-geo-solving-similar-triangles/e/solving_similar_triangles_1)

Soluzione**: Prima di chiedere agli studenti quale sia la soluzione, l'insegnante potrebbe dire che in questo caso possiamo usare il sopracitato teorema AB / A'B '= BC / B'C' = CA / C'A'. Questo perché l'esercizio menziona all'inizio che i triangoli sono simili.**

Per ogni passaggio della risposta, l'insegnante può far intervenire uno studente diverso, in modo che più studenti partecipino.

Passaggio 1: quali lati dei triangoli ABC e JKL sono simili?

La soluzione è: AB / JK = BC / LK = CA / JL.

Passaggio 2: qual è il passaggio successivo?

Sostituendo i valori numerici si ha: 28 / 14 = 10 / 5 = 24 / q

Pertanto, il "rapporto di similitudine" dei triangoli ABC e JKL è uguale a due.
q = 12.

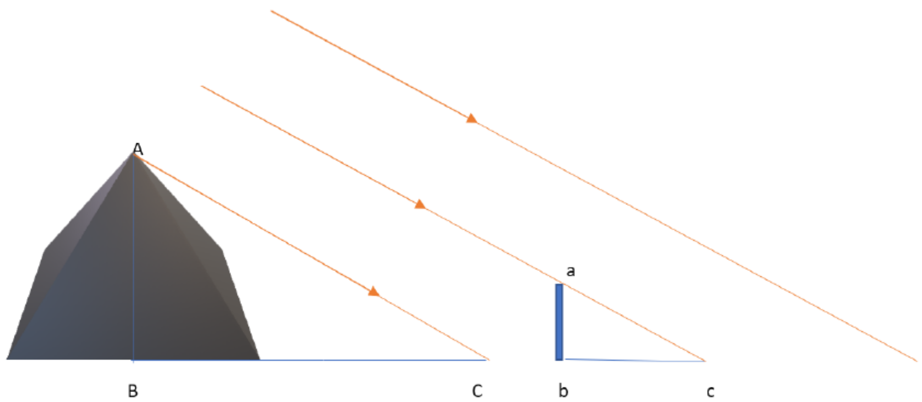
__**Presentazione dell'esercizio e svolgimento del compito (40 min):**__

Suggerimento: l'insegnante potrebbe risolvere gli esercizi seguenti sotto forma di discussione (con l'intera classe). Potrebbe dare 5-10 minuti per ogni domanda prima che venga discussa la risposta corretta.

COMPITO

Basandoci sulle conoscenze storiche della matematica, e secondo Plutarco (biografo e scrittore greco), Talete di Mileto usò la teoria dei triangoli simili per risolvere un problema pratico che era sorto ai suoi tempi. Si dice che fino ad allora nessuno fosse riuscito a calcolare l'altezza della piramide di Cheope, per la particolarità della sua forma.
Tuttavia, Talete riuscì a risolvere questo problema calcolando la lunghezza dell'ombra della piramide, guadagnandosi così l'ammirazione del re egiziano Amasi.

L'immagine seguente mostra la soluzione proposta da Talete



In un particolare momento della giornata in cui i raggi del sole erano obliqui rispetto alla piramide, Talete posizionò un bastone parallelo alla piramide, osservandone l'ombra sul terreno. Successivamente si rese conto che la lunghezza del bastone (ab), la lunghezza dell'ombra del bastone (bc), così come la lunghezza dell'ombra della piramide (BC) erano tutte quantità facilmente misurabili. Di conseguenza, riuscì a determinare l'altezza della piramide applicando il primo criterio di similitudine ai due triangoli che si erano così formati.

Osserva l'immagine sopra e rispondi alle seguenti domande:

Domanda 1: Quali triangoli ha utilizzato Talete per applicare il primo criterio di similitudine? Usa le lettere fornite nell'immagine sopra per definire i triangoli.

Risposta1: I triangoli sono: triangolo ABC e triangolo abc

Domanda 2: Come ha potuto Talete applicare il criterio di similitudine? In altre parole, come faceva a sapere che i prerequisiti enunciati nel primo criterio di similitudine erano validi per questo caso specifico?

Risposta 2: I prerequisiti del primo criterio di similitudine sono i seguenti:
- I due triangoli dovrebbero avere due dei loro angoli uguali, uno ad uno.

In questo caso l'angolo B è uguale all'angolo b in quanto entrambi i segmenti AB e ab sono perpendicolari al suolo, formando così un angolo retto in entrambi i casi.
Allo stesso tempo, l'angolo C è uguale all'angolo c. "Talete ha applicato l'esperimento in un particolare momento della giornata durante il quale i raggi del sole erano obliqui rispetto alla piramide" viene affermato all'inizio. Essendo i raggi solari paralleli tra loro, ciò implica che l'angolo C è uguale all'angolo c.
Di conseguenza, abbiamo dimostrato che i due triangoli hanno due dei loro angoli uguali, uno ad uno, e questo significa che Talete era autorizzato a utilizzare il criterio specifico.

Domanda 3: Qual è la proporzione che Talete ha formato per stimare l'altezza della piramide di Cheope?

Risposta 3: AB / ab = BC / bc dove AB è l'altezza della piramide

Domanda 4: Supponiamo che la lunghezza del bastone fosse di 2 piedi, la lunghezza della sua ombra fosse di 4 piedi, mentre la lunghezza dell'ombra della piramide fosse di 912 piedi. Applicando la proporzione della "Domanda 3", calcola l'altezza della piramide di Cheope.

Risposta 4: AB è l'altezza della piramide

ab = 2

bc = 4

BC = 912

$\frac{AB}{2} = \frac{912}{4}$

$\frac{AB}{2} = 228$

AB = 228 x 2

AB = 456 piedi

Domanda 5: Calcola il rapporto di similitudine.

Risposta 5:

$\lambda = \frac{AB}{ab} = \frac{BC}{bc}$

$\lambda = \frac{912}{4} = \frac{456}{2} = 228$

VALUTAZIONE

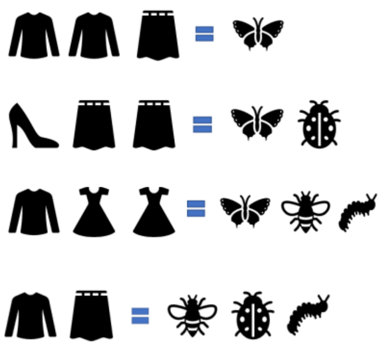
1. CONOSCO il teorema di Talete?

Enunciare il teorema.

2. SO applicare il teorema di Talete ai triangoli simiili?

3. SONO IN GRADO di spiegarlo ai miei compagni?

14. ARGOMENTO: SISTEMI DI EQUAZIONI LINEARI



MATERIA: Algebra

CLASSE/ETÁ: 13-15

PREREQUISITI: operazioni algebriche elementari, equazioni lineari ad una incognita

MULTIDISCIPLINARIETÁ: giochi enigmistici, rompicapo

TEMPO: 45-50 minuti

PAROLE CHIAVE

- Sistemi di equazioni lineari
- Variabili
- Soluzione di un sistema

OBIETTIVI D'APPRENDIMENTO

- Gli studenti si eserciteranno, attraverso l'uso di giochi matematici, sulla risoluzione di un sistema lineare di equazioni, utilizzando il metodo di sostituzione

MATERIALE

- Fogli di carta

METODI D'INSEGNAMENTO

- Attività manuali
- Lavori di gruppo

ATTIVITÁ

- **INTRODUZIONE AI SISTEMI LINEARI (20 MIN)**

L'insegnante inizia spiegando agli studenti la definizione di sistema di equazioni lineari: “Un sistema è composto da due o più equazioni lineari che impiegano lo stesso insieme di incognite”. L'insegnante può fornire un esempio tratto da dati reali, ad esempio: “Un ragazzo e una ragazza visitano un negozio di animali. Il ragazzo compra 1 pesciolino dorato e 1 pesce pagliaccio per un totale di 10 euro, mentre la ragazza compra 2 pesciolini dorati e 3 pesci pagliaccio per un totale di 25 euro. Qual è il prezzo di ciascun pesciolino?” Chiamiamo x il costo del pesciolino dorato e y il costo del pesce pagliaccio. L'insegnante può aiutare gli studenti a scrivere le due equazioni lineari e utilizzare il metodo di sostituzione per trovare i valori di x ed y.

Quindi il docente introduce il metodo di sostituzione, come metodo per risolvere un sistema lineare con due equazioni e due incognite. Di seguito viene fornita tutta la teoria da applicare:

In matematica, un sistema di equazioni lineari è composto da due o più equazioni lineari che utilizzano lo stesso insieme di variabili. La soluzione di un sistema lineare è un'assegnazione di valori che soddisfano tutte le equazioni del sistema contemporaneamente. Ad esempio, per il seguente sistema lineare di due equazioni in due variabili x, y:

$$x + 2y = 7$$
$$x - y = 1$$

la soluzione è data dai valori x = 3 e y = 2, in quanto tali valori rendono entrambe le equazioni valide contemporaneamente.

Lo stesso vale per un sistema lineare di tre equazioni in tre incognite x, y, z, come il seguente:

$$x + 2y + z = 9$$
$$x - y - 2z = -3$$
$$x + y + z = 6$$

per il quale x = 2, y = 3 e z=1 o anche (x, y, z) = (2, 3, 1) rappresenta la soluzione.

All'interno di questa attività, ci concentreremo sul metodo di sostituzione, come metodo per risolvere un sistema lineare di equazioni. Proveremo a spiegare il metodo attraverso il seguente esempio, un sistema lineare che coinvolge 2 equazioni in 2 incognite:

$$2x + 3y = 8$$
$$4x - 5y = -6$$

Come primo passo, risolviamo una delle due equazioni ricavando y in funzione di x o viceversa. In questo caso scegliamo di risolvere la prima equazione ricavando x in funzione di y:

$2x + 3y = 8$

$2x = 8 - 3y$

$x = \frac{8-3y}{2}$

$x = 4 - \frac{3y}{2}$

A questo punto, si sostituisce l'espressione trovata per la x, nell'altra equazione del sistema. Quindi l'equazione $4x - 5y = -6$ diventa: $4(4 - \frac{3y}{2}) - 5y = -6$

$16 - 6y - 5y = -6$

$16 - 11y = -6$

$-11y = -22$

$\frac{-11y}{-11} = \frac{-22}{-11}$

$y = 2$

Ora si sostituisce $y = 2$ in una qualsiasi delle due equazioni che formano il sistema. Ad esempio, sostituendo $y = 2$ nell'equazione $2x + 3y = 8$:

$2x + 3(+2) = 8$

$2x + 6 = 8$

$2x = 2$

$x = 1$.

Quindi la soluzione è $x = 1$ e $y = 2$ oppure $(x, y) = (1, 2)$

- **ALLENAMENTO SUL METODO DI SOSTITUZIONE (10 min)**

Si suggerisce di far risolvere autonomamente **AGLI STUDENTI ALMENO 2-3 SISTEMI LINEARI DI DUE** equazioni in due incognite, **IN MODO DA ACQUISIRE FAMILIARITÀ CON LA METODOLOGIA INSEGNATA PRIMA DI PROCEDERE CON** la consegna che è indicata nel COMPITO**.**

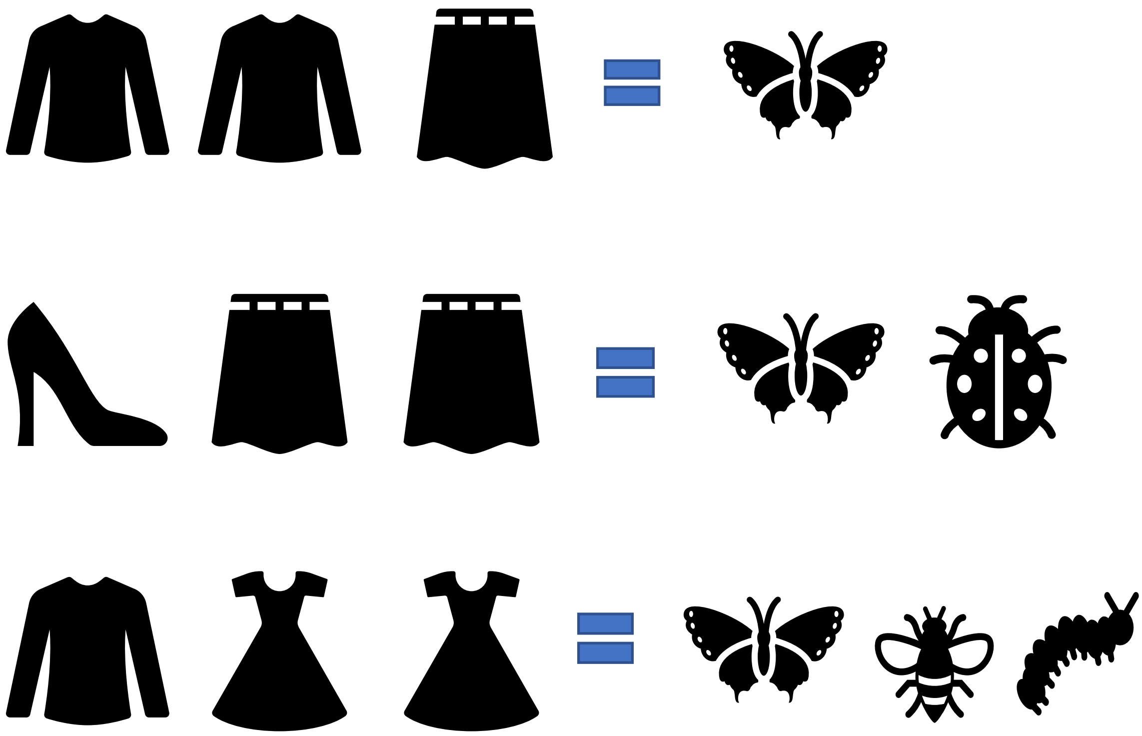
- **INTRODUZIONE E REALIZZAZIONE DELL'ATTIVITÁ (20 min)**

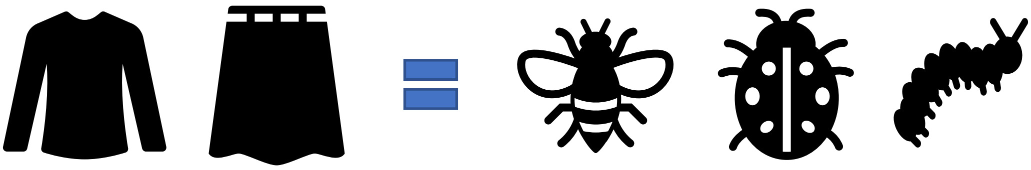
Gli studenti, a coppie, cercano di risolvere il seguente "rompicapo" utilizzando il metodo di sostituzione.

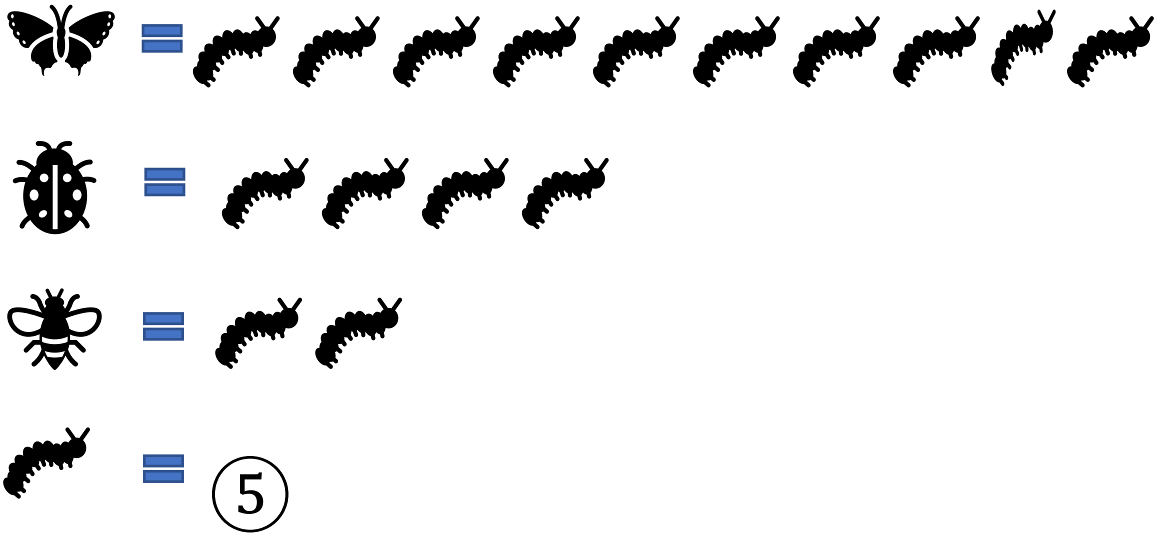
COMPITO:

CONSEGNA

Utilizzando il metodo di sostituzione precedentemente visto, associare a ciascun elemento del sistema un valore numerico:







Dopo aver illustrato la consegna, l'insegnante chiede agli studenti se hanno idee su come risolverla. Una buona domanda di partenza potrebbe essere: "Da dove iniziamo?". La risposta potrebbe essere "Dal momento che il valore  aritmetico del bruco è uguale a 5, e poichè i valori di

ape, coccinella e farfalla dipendono dal valore del bruco, possiamo facilmente ricavare il valore di ape, coccinella e farfalla che sono 10, 20 e 50 rispettivamente.

A questo punto l'insegnante chiede agli studenti di lavorare in coppia e di trasformare in equazioni di un sistema le uguaglianze presenti nel compito. L'insegnante ricorda agli studenti di usare la stessa variabile ogni volta che appare un simbolo specifico; ad esempio la variabile x per la maglia, la variabile y per la gonna, la variabile z per la scarpa e la variabile n per l'abito. Quindi gli studenti elaborano il seguente sistema lineare di equazioni:

$2x + y = 50$ *[equazione 1]*
$z + 2y = 70$ *[equazione 2]*
$y + 2n = 65$ *[equazione 3]*
$x + y = 35$ *[equazione 4]*

Quindi, l'insegnante pone una nuova domanda: "Con quale criterio sceglieremo le equazioni da cui partire?" Questa domanda darà il via ad una discussione e gli studenti inizieranno a scambiarsi opinioni. La risposta corretta è: "Dovremmo iniziare a lavorare sul sistema di 2 equazioni in 2 incognite formato dalle equazioni 1 e 4; queste equazioni infatti contengono le stesse variabili, vale a dire x ed y"

Quindi, l'insegnante chiede agli studenti di lavorare in coppia, per provare a risolvere il sistema lineare di equazioni:

2x + y = 50 *[eq. 1]*
x + y = 35 *[eq. 4]*

La soluzione del precedente sistema è la seguente: per prima cosa si ricava la y dalla equazione 4:

x + y = 35
y = 35 – x

Quindi si sostituisce l'espressione di y così trovata nell'altra equazione (equazione 1). Quindi l'equazione **2x + y = 50** diventa: **2x + 35 – x = 50**

x + 35 = 50
x = 50 - 35
x = 15

Sostituendo il valore della x nell'equazione 1 o nella 4, si ottiene: **y = 20**
Di conseguenza, sappiamo adesso che il valore della **maglia equivale a 15**, mentre il valore della **gonna equivale a 20**.
A questo punto il docente chiede ai ragazzi quali sono I valori di x ed y rispettivamente. Quindi chiede ad ogni coppia di proseguire i calcoli per trovare tutti i valori ancora mancanti.
Gli studenti potranno notare come, conoscendo il valore della y, e sostituendolo nelle equazioni 2 e 3, si arrivi ai seguenti risultati:

z + 2y = 70 (eq. 2)
z + 40 = 70
z = 30 (valore della scarpa)

y + 2n = 65
20 + 2n = 65
2n = 65 – 20
2n = 45
n = 22.5 (valore dell'abito)

Il docente chiede agli studenti quali sono i valori di z ed n, ossia il valore di scarpa e abito.

VALUTAZIONE

PARTE FINALE (5 MIN)

1. CONOSCO la teoria alla base dei sistemi lineari?

2. SO utilizzare il metodo di sostituzione per risolvere un sistema?

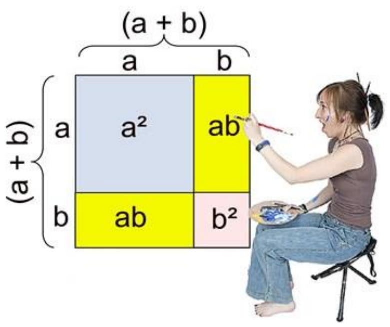
3. LO SO USARE per risolvere:
   1. un sistema di 2 equazioni in 2 incognite?
   2. un sistema di 3 equazioni in 3 incognite?

4. SONO IN GRADO di spiegarlo ai miei compagni di classe?

LINEE GUIDA PER L'INCLUSIONE

BIBLIOGRAFIA

15. ARGOMENTO: PRODOTTI NOTEVOLI



MATERIA: Algebra

CLASSE/ETÁ: Primo anno (14/15 anni)

PREREQUISITI: monomi e polinomi; operazioni con monomi e polinomi; area dei quadrilateri; volume del parallelepipedo.

MULTIDISCIPLINARIETÁ: nessuna

DURATA: 1 lezione (60 minuti)

RISULTATI D'APPRENDIMENTO

- Riconoscere i prodotti notevoli
- Saperli sviluppare
- Riconoscere i vari termini di un prodotto notevole

PAROLE CHIAVE

- Binomio
- Trinomio
- Quadrato
- Cubo

METODI D'INSEGNAMENTO

- Attività manuale
- Lavoro di gruppo
- Raccolta di idee

MATERIALE

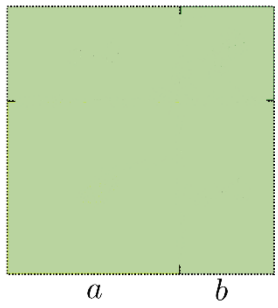
- Carta
- Righello
- Evidenziatori o pennarelli
- Forbici
- Plastilina o pongo
- Coltello

ATTIVITÁ

INTRODUZIONE ALLA LEZIONE (5 MINUTI)

Il docente invita gli studenti a ripassare le operazioni con i binomi, ed in particolare chiede loro di scrivere la formula del quadrato di un binomio e la formula del cubo di un binomio. Insegnante: “Come potete vedere, il quadrato di binomio è composto da tre monomi, mentre il cubo di binomio è formato da quattro monomi. Cercheremo di capire il perché e cercheremo di memorizzare questi fattori. "
Quindi il docente divide la classe in gruppi, a seconda del numero totale di studenti (il numero ottimale è 4/5 studenti per gruppo)

ATTIVITA' MANUALE: PRIMA PARTE (15/20 MINUTI)

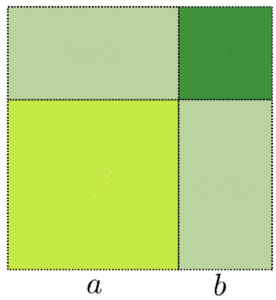


Il docente chiede a ciascun gruppo di:

1) Disegnare un quadrato

2) Dividere il lato del quadrato in due parti diverse, che chiameremo *a* e *b*, come nella prima figura a fianco.

3) Calcolare l'area del quadrato in funzione di *a* e *b* [cioè Area = $(a+b)^2$]

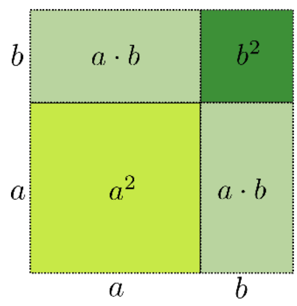


4) Disegnare due linee, parallele ai lati del quadrato, in modo da dividere il quadrato in quattro parti (due quadrati e due rettangoli) come nella seconda figura qui a fianco.

5) Calculare l'area di ciascuna delle quattro parti, in funzione di a e di b, in terms of a and b, come nella terza figura a fianco.

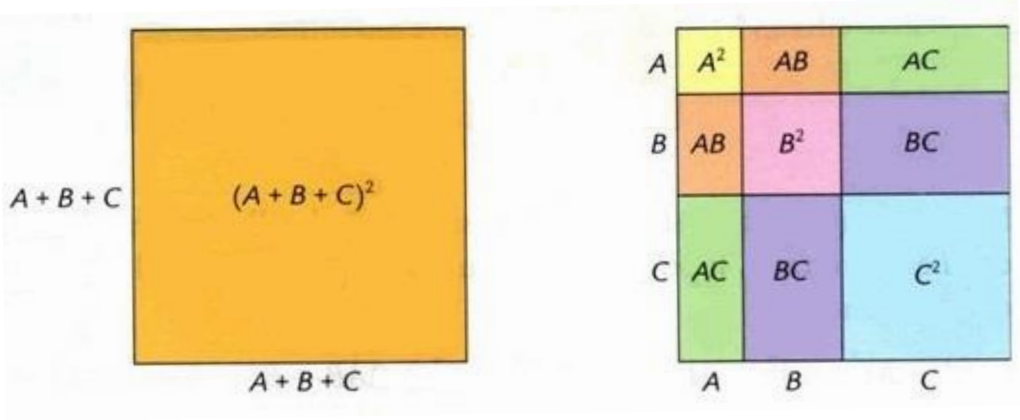
6) Confrontare il risultato ottenuto al punto 3 con quello orttenuto al punto 5.

Dal confronto si ottiene la formula: $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+2\boldsymbol{ab}$



Il docente chiede quindi agli studenti di trasformare la formula precedente in enunciato: “Il quadrato di un binomio è uguale alla somma di: quadrato del primo termine, quadrato del secondo termine, doppio prodotto del primo termine per il secondo.“

Il docente chiede poi a ciascun gruppo di ripetere i passaggi da 1 a 6, stavolta però dividendo il lato del quadrato in tre parti, che chiameremo a, b e c (vedi la figura sotto)



Il confronto tra il punto 3 ed il punto 5 porterà stavolta alla formula:
$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})^2 = \boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+\boldsymbol{c}^2+2\boldsymbol{ab}+2\boldsymbol{ac}+2\boldsymbol{bc}$

Il docente chiede quindi agli studenti di trasformare la formula precedente in enunciato: "Il quadrato di un trinomio è uguale alla somma di: quadrato del primo termine, quadrato del secondo termine, quadrato del terzo termine, doppio prodotto del primo termine per il secondo termine, doppio prodotto del primo termine per il terzo termine, doppio prodotto del secondo termine per il terzo termine."

ATTIVITA' MANUALE: SECONDA PARTE (15/20 MINUTI)

Il docente consegna a ogni gruppo un cubetto di plastilina. Quindi chiede a ciascun gruppo di:

1) Dividere i lati del cubetto in due parti, che chiameremo a e b, facendo una piccola tacca su ciascun lato.
2) Calcolare il volume del cubetto in funzione di a e b [cioè $V = (a + b)^3$]
3) Tagliare il cubetto in pezzetti utilizzando un coltello, e seguendo le tacchette.
4) Calcolare il volume degli 8 pezzi (due cubi e 6 parallelepipedi) così ottenuti, in funzione di a e b, e sommarli.
5) Confrontare il risultato ottenuto al punto 2 con quello ottenuto al punto 4.

Il confronto tra i punti 2 e 4 porterà alla formula: $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^3 = \boldsymbol{a}^3+\boldsymbol{b}^3+3\boldsymbol{a}^2\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{ab}^2$

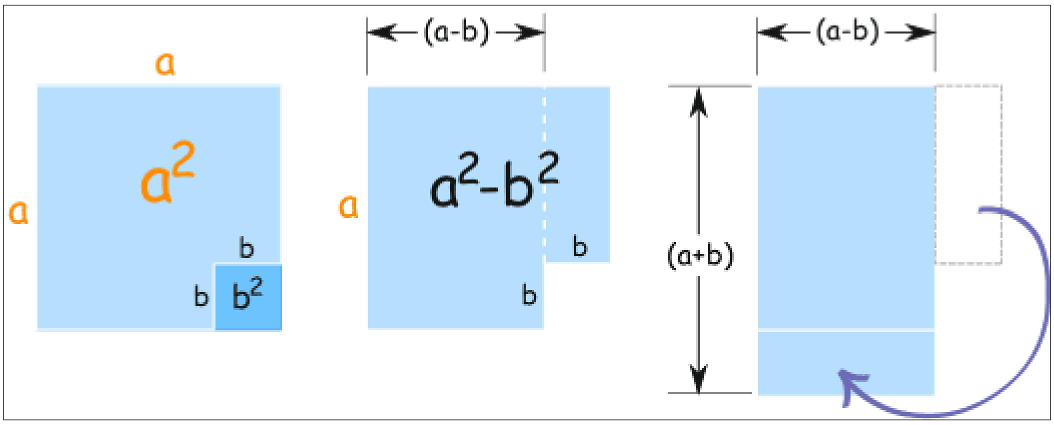
Il docente chiede quindi agli studenti di trasformare la formula precedente in enunciato: "Il cubo di un binomio è uguale alla somma di: cubo del primo termine, cubo del secondo termine, triplo prodotto del quadrato del primo termine per il secondo termine, triplo prodotto del primo termine per il quadrato del secondo termine."

Per maggiori dettagli, si veda il video al seguente link:
https://youtu.be/rXoPaRDYNTQ

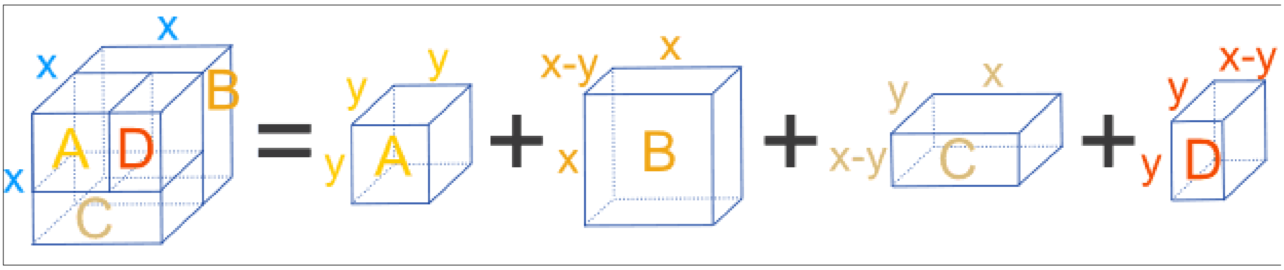
PARTE FINALE (5/10 MINUTI)

Il docente consegna a ciascun gruppo i due schemi riportati qui sotto:

Schema 1



Schema 2



Quindi chiede agli studenti di ricavare i prodotti notevoli a cui si riferiscono i due schemi. Segue quindi una discussione di gruppo, con susseguente raccolta di idee.

VALUTAZIONE

1. QUALI PRODOTTI NOTEVOLI CONOSCO?

2. MI È CHIARA LA LORO UTILITÁ?

3. LI SO APPLICARE?

Gli studenti hanno 5 minuti di tempo per rispondere ai seguenti quesiti:

Scegli l'*unica* risposta corretta tra quelle a disposizione:

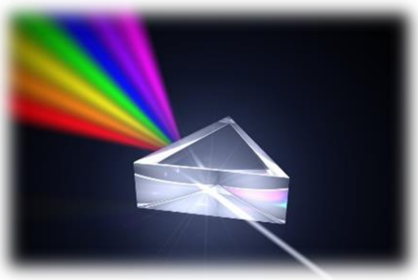
1) Svolgendo $(3+2x)^2$ si ottiene: □ $9+4x^2$ □ $9+4x^2+12x$
□ $9+4x^2+6x$ □ $9+4x^2+36x^2$

2) Svolgendo $(1+x^2+2x)^2$ si ottiene: □ $1+x^4+4x^2$ □ $1+x^4+4x^2+4x^3$
□ $1+x^4+4x^2+x^2+2x+2x^3$ □ $1+x^4+4x^2+2x^2+4x+4x^3$

3) Svolgendo $(2+x)^3$ si ottiene: □ $8+x^3$ □ $8+x^3+6x$
□ $8+x^3+12x+12x^2$ □ $8+x^3+12x+6x^2$

4) Svolgendo $(2+x^2)(2-x^2)$ si ottiene: □ $4+x^4$ □ $4-x^4$ □ $4+x^4+4x^2$ □ $4+x^4-4x^2$

16. ARGOMENTO: COME SONO FATTI I PRISMI



MATERIA: Geometria

CLASSE/ETÁ: 15-16 ANNI

PREREQUISITI: base e lato di un prisma; prisma retto; prisma obliquo, prisma regolare.

MULTIDISCIPLINARIETÁ: Fisica, architettura, arte

TEMPO: 45 minuti

RISULTATI D'APPRENDIMENTO

- trovare esempi di prismi nella vita quotidiana
- distinguere base e lati di un prisma
- riconoscere I prismi a n lati
- distinguere tra prismi retti ed obliqui
- costruire un prisma
- descrivere e definire un prisma

PAROLE CHIAVE

- prismi
- traslazioni
- vettori

MATERIALE

- polistirolo
- stecchini per spiedini
- evidenziatore

METODI D'INSEGNAMENTO

- Lavoro manuale
- Lavoro di gruppo
- Strumenti digitali

I PRISMI NELLA VITA DI TUTTI I GIORNI (10 min)

RISULTATI:
Gli studenti devono:

- Cercare in internet esempi di prismi tratti dalla vita reale
- Caricare almeno due immagini di prismi, con lo strumento Padlet
- Descrivere un prisma
-

ORGANIZZAZIONE DEL LAVORO: gruppi di 3 studenti

MATERIALE: foglio di istruzioni, QR code:

PROCEDIMENTO: Gli studenti, a gruppi di 3, cercano in rete esempi di prismi nella vita reale. Dopo aver scelto due modelli, pubblicano le immagini su Padlet, in modo che tutti possano vedere ciò che hanno pubblicato gli altri. Segue una discussione tra studenti e insegnante, nella quale il docente invita gli studenti a ricordare la definizione di prisma imparata nella scuola elementare.

FOGLIO DI LAVORO

ATTIVITÁ 1

Regole:

I. Il docente assegna un colore ai vari gruppi: Verde, Rosso, Rosa, Giallo, Blu, Nero…
II. Ogni gruppo cerca in rete degli esempi di prismi tratti dalla vita reale e ne sceglie due.
III. Effettuare lo scanning del seguente QR code:

IV. Ogni gruppo pubblica su Padlet i due esempi scelti, e può visualizzare sempre su Padle gli esempi scelti dai compagni.
V. Gli studenti devono rispondere alle seguenti domande:

1. Dove possiamo trovare esempi di prismi?
   - architettura, edilizia, arte, arredamento…

2. Che differenze noti tra i prismi che hai scelto come esempi?

- Gli studenti distinguono tra prismi triangolari, quadrangolari, pentagonali… prismi a n lati

3. Hai pubblicato esclusivamente immagini di prismi?
È possibile che alcuni studenti abbiano pubblicato una piramide, un cilindro, o altri solidi diversi dal prisma, ad esempio con facce laterali che non sono parallelogrammi.

VI. Osserva i prismi scelti dall'insegnante. In che cosa differiscono dai prismi scelti da te?
I prismi scelti dall'insegnante sono prismi obliqui.
Sia che gli studenti abbiano scelto solo prismi retti, o anche prismi obliqui, docente e studenti discutono della differenza tra i due tipi di prisma.

ATTIVITÁ 2 – COME SONO FATTI I PRISMI (30 min)

RISULTATI:
Gli studenti:
- Realizzano un prisma
- Lo descrivono e ne danno la definizione.

ORGANIZZAZIONE DEL LAVORO: gruppi di 3 studenti
MATERIALE: foglio di lavoro, polistirolo, spiedini, pennarelli

PROCEDIMENTO:
Gli studenti si dividono in gruppi come nell'Attività 1. L'insegnante distribuisce i fogli di lavoro con le domande, e il materiale necessario per creare un prisma. Ad ogni squadra vengono dati due poligoni congruenti fatti di polistirolo, spiedini di circa 15 cm di lunghezza e un pennarello. L'insegnante dà istruzioni agli studenti: dovranno realizzare prismi retti e obliqui, e discuteranno in classe riguardo alla realizzazione, e alla descrizione. Scatteranno le foto dei loro prismi e le pubblicheranno sul Padlet all'interno del loro gruppo.

GRUPPO VERDE riceve due triangoli equilateri identici di polistirolo	**GRUPPO ROSSO** riceve due quadrati identici di polistirolo	**GRUPPO ROSA** riceve due esagoni regolari identici di polistirolo
GRUPPO GIALLO riceve due triangoli identici di polistirolo	**GRUPPO BLU** riceve due quadrilateri identici di polistirolo	**GRUPPO NERO** riceve due pentagoni identici di polistirolo

Math Reality

FOGLIO DI LAVORO

COME SONO FATTI I PRISMI
Segui queste istruzioni: ✓ Traccia il perimetro dei due poligoni congruenti (solo su un lato) ✓ disegna circa una dozzina di punti all'interno del perimetro, e sul perimetro in corrispondenza dei vertici ✓ attacca gli spiedini nei punti contrassegnati in modo che siano paralleli tra loro e ortogonali al poligono ✓ aggiungi la base superiore di polistirolo **Rispondi alle seguenti domande:** **1. Cosa rappresentano gli spiedini?** Gli spiedini rappresentano alcuni gli spigoli esterni, e altri le altezze. **2. Possiamo attaccare ulteriori spiedini?** Potremmo attaccare un numero infinito di tali spiedini perché un poligono è costituito da u numero infinito di punti. **3. Quali sono le lunghezze di questi spiedini?** Tutti gli spiedini hanno la stessa lunghezza. **4. Qual è la posizione degli spiedini l'uno rispetto all'altro?** Sono paralleli. **5. Distinguiamo il punto iniziale e finale di ogni spiedino. Come chiamiamo tali segmenti?** Li chiamiamo vettori. **6. Cosa puoi notare, che cosa abbiamo effettivamente fatto?** Abbiamo traslato i punti del poligono, con uno stesso vettore. **7. Qual è il risultato di questa traslazione?** Con questa traslazione è stato creato un poligono congruente al poligono iniziale. **8. Quale forma solida è stata creata da questa traslazione? Scatta una foto, dai un nome a forma e pubblicala online nel tuo gruppo.** GRUPPO VERDE: è stato realizzato un prisma triangolare regolare retto. GRUPPO ROSSO: è stato realizzato un prisma a base quadrata retto. GRUPPO ROSA: è stato realizzato un prisma esagonale regolare. GRUPPO GIALLO: è stato realizzato un prisma triangolare retto. GRUPPO BLU: è stato realizzato un prisma quadrilatero retto. GRUPPO NERO: è stato realizzato un prisma pentagonale retto.

9. Cosa accadrà se i vettori non sono ortogonali al piano del poligono? Scatta una foto e pubblicala online nel tuo gruppo. Verrà creato un prisma obliquo. **10. Viene creato un prisma se i punti del poligono vengono traslati da un vettore che è parallelo al poligono? Scatta foto e pubblicale online nel tuo gruppo.** No. Possiamo vedere che non è stata creata una forma solida perché tutti i punti sono rimasti nel piano del poligono.	
ADESSO COME DESCRIVERESTI UN PRISMA? *. Un prisma è l'unione di tutti i segmenti che sono formati dalla traslazione di tutti i punti che appartengono a un poligono convesso (compresi i suoi lati) di stesso vettore, che non appartiene al piano di base del prisma.* Dopo che gli studenti hanno risposto alle domande, analizzano le risposte con l'aiuto dell'insegnante. Se non hanno trovato una definizione precisa del prisma, cercano di definirlo con l'aiuto dell'insegnante. Tutto ciò che è stato prodotto da ciascun gruppo può essere utilizzato dagli altri studenti e dall'insegnante in qualsiasi momento, e può servire come base per ulteriori discussioni.	

VALUTAZIONE

[5 min] ATTIVITÁ 3– RISULTATI D'APPRENDIMENTO

RISULTATI

Gli studenti:

- valutano il proprio apprendimento
- utilizzano le conoscenze acquisite, per descrivere i prismi
- arrivano a dare la definizione di prisma
-

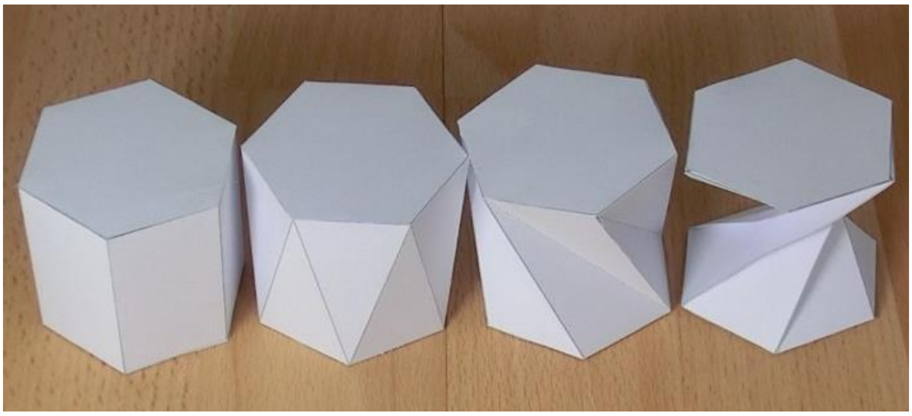
ORGANIZZAZIONE DEL LAVORO: lavoro individuale tramite Socrative, oppure tramite un foglio di lavoro

ATTIVITÁ:

Gli studenti si collegano al link: https://b.socrative.com/login/student/e entrano con la password 2019MATH, inseriscono il loro nome e rispondono alle seguenti domande:

1. Ti è chiara la lezione di oggi?
2. Che cosa hai imparato da questa lezione?
3. I solidi in figura sono tutti dei prismi?

Solo il primo dei solidi è un prisma. Le facce laterali degli altri solidi non sono parallelogrammi..



L'insegnante e gli studenti possono prendere visione immediatamente delle risposte e possono avviare ulteriori discussioni sulle domande.

L'insegnante può anche svolgere l'attività finale utilizzando il foglio di lavoro in appendice.

FOGLIO DI LAVORO

Evaluation - How prisms are made | Score: ______

1. **How well did you understand today's material?**

(A) Totally got it
(B) Pretty well
(C) Not very well
(D) Not at all

2. **What did you learn in today's class?**

____
____
____
____
____

3. **Are there all the prisms in the picture?**

(A) True
(B) False